

MAGYAR AFRIKA TÁRSASÁG
AFRICAN–HUNGARIAN UNION



AHU MAGYAR AFRIKA–TUDÁS TÁR
AHU HUNGARIAN AFRICA–KNOWLEDGE DATABASE

GERDES, Paulus

Geometria Sona de Angola. Matemática duma Tradição Africana / Angolai sona geometria. Hagyományos afrikai matematika

Eredeti közlés /Original publication:

1993, Maputo, Lulu Publisher, 244 old.

Elektronikus újraközlés/Electronic republication:

AHU MAGYAR AFRIKA–TUDÁS TÁR – 000.003.054

Dátum/Date: 2018. június / June

filename: GERDES_1993_GeomSonaAngola

Ezt az információt közlésre előkészítette

/This information prepared for publication by:

B. WALLNER, Erika és/and BIERNACZKY, Szilárd

Hivatkozás erre a dokumentumra/Cite this document:

GERDES, Paulus: Geometria Sona de Angola. Matemática duma Tradição Africana / Angolai sona geometria. Hagyományos afrikai matematika, **AHU MATT**, 2018, **pp. 1–246. old.**, No. 000.003.054, <http://afrikatudastar.hu>

Eredeti forrás megtalálható/The original source is available:

Közkönyvtárakban / In public libraries

Kulcsszavak/Key words

magyar Afrika-kutatás, Paulus Gerdes etnomatematikai elemzései, afrikai geometriai formák matematikája, számos példa Torday Emil műveiből
African studies in Hungary, Ethnomathematical analyzes of Paulus Gerdes, mathematics from African geometric forms, many examples from Emil Torday's works

AZ ELSŐ MAGYAR, SZABAD FELHASZNÁLÁSÚ, ELEKTRONIKUS,
ÁGAZATI SZAKMAI KÖNYV-, TANULMÁNY-, CIKK-
DOKUMENTUM- és ADAT-TÁR/THE FIRST HUNGARIAN FREE
ELECTRONIC SECTORAL PROFESSIONAL DATABASE FOR BOOKS,
STUDIES, COMMUNICATIONS, DOCUMENTS AND INFORMATIONS

* magyar és idegen – angol, francia, német, orosz, spanyol, olasz és szükség szerint más – nyelveken készült publikációk elektronikus könyvtára/
writings in Hungarian and foreign – English, French, German, Russian,
Spanish, Italian and other – languages

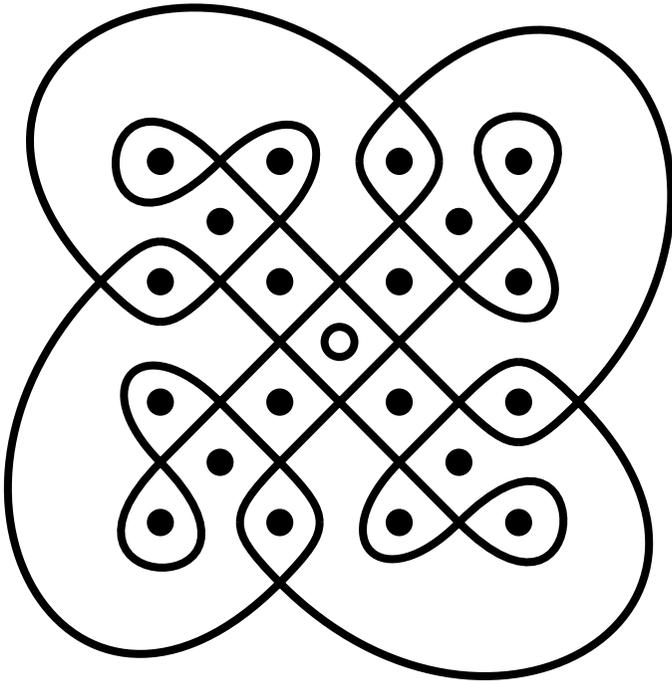
* az adattárban elhelyezett tartalmak szabad megközelítésűek, de olvasásuk vagy letöltésük regisztrációhoz kötött/the materials in the database are free but access or downloading are subject to registration

* Az Afrikai Magyar Egyesület non-profit civil szervezet, amely az oktatók, kutatók, diákok és érdeklődők számára hozta létre ezt az elektronikus adattári szolgáltatását, amelynek célja kettős, mindenekelőtt sokoldalú és gazdag anyagú ismeretekkel elősegíteni a magyar afrikaisztikai kutatásokat, illetve ismeret-igényt, másrészt feltárni az afrikai témájú hazai publikációs tevékenységet teljes dimenziójában a kezdetektől máig./The African-Hungarian Union is a non-profit organisation that has created this electronic database for lecturers, researchers, students and for those interested. The purpose of this database is twofold; on the one hand, we want to enrich the research of Hungarian Africa studies with versatile and plentiful information, on the other hand, we are planning to discover Hungarian publications with African themes in its entirety from the beginning until the present day.

Paulus Gerdes

Geometria Sona de Angola

Matemática duma Tradição Africana



CEMEC

ISBN:

Copyright © 2008 by Paulus Gerdes

www.lulu.com

<http://stores.lulu.com/pgerdes>

Paulus Gerdes

Geometria Sona de Angola

Matemática dum Tradicão Africana

Ficha técnica:

Título:

Geometria Sona de Angola: Matemática duma Tradição Africana

[*Sona Geometry from Angola: Mathematics of an African Tradition*]

Edição:

Centro de Estudos Moçambicanos e de Etnociência (CEMEC)

Universidade Pedagógica

Av. Salvador Allende nº 366, 1º andar

Maputo, Moçambique

Edição original:

Geometria Sona: Reflexões sobre uma Tradição de Desenho em Povos da África ao Sul do Equador

Projecto de Investigação Etnomatemática, Universidade Pedagógica, Maputo, 1993, 200 p.

Número de registo: 0917/FMB/92, Maputo, Moçambique

Autor:

Paulus Gerdes (paulus.gerdes@gmail.com)

Prefácio:

Arthur B. Powell, Rutgers University, Newark, NJ, Estados Unidos da América

Revisão linguística:

Ana Maria Branquinho (texto de 1993) e Dalila Cunha (Universidade Pedagógica, Maputo, Moçambique)

Distribuição:

Lulu, Morrisville NC 27560, Estados Unidos da América

<http://stores.lulu.com/pgerdes>

Copyright © 2008 by Paulus Gerdes

Índice

	página
Prefácio (Arthur B. Powell)	9
Introdução	13
<i>Agradecimentos</i>	17
<i>Fontes das ilustrações</i>	18
1 Os Cokwe e outros povos bantu do grupo Cokwe-Lunda	19
2 A tradição de desenho	23
3 Simetria e monolinearidade como valores culturais	31
3.1 Simetria como valor cultural	31
3.2 Monolinearidade como valor cultural	32
3.3 Simetria e monolinearidade: valores complementares	33
3.4 Simetria ou monolinearidade: conflito de valores	41
<i>Amuleto de caça</i>	41
<i>Mata da doninha</i>	45
<i>Ilhota</i>	46
3.5 Simetria e assimetria	47
<i>Vista doente</i>	47
<i>Mina de sal-gema</i>	49

4	Classes e algoritmos	53
4.1	Padrões-de-esteira-entrecruzada	53
	<i>Classe A</i>	54
	<i>Classe B</i>	60
	<i>Classes C e D</i>	65
	<i>Excursão: Padrões-de-esteira-entrecruzada no seio dos Bushongo (Bakuba)</i>	66
4.2	Outras classes	69
	<i>Casal deitado</i>	69
	<i>Porco-espinho</i>	72
	<i>Galinha em fuga</i>	76
	<i>Fogo</i>	80
	<i>Árvores de culto ancestrais</i>	83
	<i>Cabeça de elefante</i>	87
4.3	Reconstrução de classes provavelmente perdidas. Possíveis extensões	89
	<i>Vara de transporte</i>	90
	<i>Luta entre chefes rivais</i>	91
	<i>Povoação protegida</i>	91
	<i>Armadilha de pesca</i>	94
	<i>Morto</i>	95
	<i>Aves em voo</i>	95
	<i>Lenha do visitante</i>	97
	<i>Saco de transporte</i>	99
	<i>Estômago de um leão</i>	99
	<i>Cobertor de casca</i>	101
	<i>Armadilha para formigas</i>	102
	<i>O circuito</i>	103
	<i>Sol e Lua</i>	104
	<i>Palmeira</i>	106

	<i>Ave e leopardo</i>	107
	<i>Saiote para dança</i>	110
	<i>Aranha na teia</i>	112
	<i>Aranhão</i>	113
	<i>Teia de aranhão</i>	114
	<i>Capoeira e ninho</i>	115
5	Construção sistemática de padrões triangulares monolíneares com laços	119
6	Regras de encadeamento	129
6.1	Primeira regra de encadeamento	129
	<i>Aves na floresta</i>	130
6.2	Segunda regra de encadeamento	133
6.3	Terceira regra de encadeamento	136
	<i>Mahamba-templo</i>	138
	<i>Autofundição?</i>	146
6.4	Quarta regra de encadeamento	148
6.5	Regra de eliminação	156
7	Polilinear ou monolínear	159
	<i>Uma armadilha de pesca</i>	159
	<i>Uma ave e um cesto</i>	161
	<i>Cinco morcegos</i>	165
	<i>Figura humana</i>	168
	<i>Encontro</i>	168
	<i>Casal</i>	169
	<i>Cabeça de elefante</i>	170
	<i>Enfermaria</i>	171
	<i>Uma leoa com dois filhos</i>	173
	<i>Quinta regra de encadeamento</i>	175
	<i>Danças</i>	176

	<i>Outro estômago de leão</i>	178
	<i>Cemitério</i>	180
	<i>Sarna</i>	184
	<i>Erro ou outra regra de encadeamento</i>	187
8	Classes com olhos	189
	<i>Um olho</i>	189
	<i>Dois olhos</i>	194
	<i>Quatro olhos</i>	196
9	Construção de um <i>lusona</i> com simetria rotacional de 90°	205
	Epílogo	211
	Bibliografia	215
	Apêndice:	
	Investigação matemática inspirada pela tradição <i>sona</i>: O exemplo de curvas-de-espelho, Lunda-designs e matrizes cíclicas	221
	<i>Matemática e matemáticos de África</i>	221
	<i>Investigação matemática inspirada pela tradição dos <i>sona</i></i>	222
	<i>Curvas-de-espelho</i>	223
	<i>Lunda-designs e matrizes</i>	225
	<i>Liki-designs</i>	227
	<i>Matrizes cíclicas</i>	231
	<i>Comentário final</i>	233
	<i>Referências</i>	235
	O autor	239
	Livros do mesmo autor	240

Prefácio

Este volume oferece aos leitores uma visão panorâmica do trabalho seminal de Paulus Gerdes sobre a matemática numa tradição africana – geometria *sona*, uma tradição de desenho e narrativa de Angola incorporando ideias matemáticas. O trabalho representado neste livro contribui significativamente para os esforços de outros matemáticos e educadores de matemática de África para recuperar e valorizar ideias e raciocínio matemáticos que residem na cultura material e práticas culturais africanas (para uma bibliografia extensiva, vide Gerdes & Djebbar, 2007). Para além disso, Gerdes é um contribuidor prolífico de obras que promovem uma literatura crescente, disponível em Inglês e noutras línguas, dum programa dinâmico de pesquisa em etnomatemática.

No seu livro, *Etnomatemática: Elo entre as Tradições e a Modernidade*, D’Ambrosio (2001) articula o seu ponto de vista sobre esta disciplina:

“Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos. Além desse carácter antropológico, a etnomatemática tem um indiscutível foco político. A etnomatemática é embebida de ética, focalizada na recuperação da dignidade cultural do ser humano.” (p. 9)

Aqui D’Ambrosio salienta o projecto político e cultural do programa de pesquisa em etnomatemática. Este projecto substancia-se

ainda mais no trabalho de Gerdes sobre *Geometria Sona de Angola*, que, de maneira nenhuma, é o seu primeiro esforço neste sentido. Na realidade, antes de teorizações iniciais da etnomatemática, os leitores já tinham testemunhado no seio das suas primeiras publicações (algumas das quais em formato policopiado) sobre aspectos da matemática de práticas culturais moçambicanas que Gerdes manifestava preocupações sociais e intelectuais relativas à dignidade humana e a tradições matemáticas africanas. Em particular, engajou-se num programa de investigação, impressionante e focalizado, sobre a matemática dos *sona* e tem desenvolvido um número de ideias derivantes que atraíram atenção considerável das comunidades científicas e educacionais (vide por exemplo, Gerdes 1999a, 1999b, 2002a, 2002b, 2002c, 2005, 2008).

O trabalho de Gerdes para compreender a matemática dos desenhos na areia angolanos paraleliza-se às lutas em curso para a descolonização política e educacional. Mais uma vez, a teoria de D'Ambrosio do programa de pesquisa em etnomatemática ajuda para colocar isto em perspectiva. Numa discussão de dignidade cultural, ele nota que “a dignidade do indivíduo é violentada pela exclusão social, que se dá muitas vezes por não passar pelas barreiras discriminatórias estabelecidas pela sociedade dominante, inclusivé e, principalmente, no sistema escolar” (2001, p. 9).

Para enfrentar as consequências prejudiciais da exclusão social e da colonização, um objectivo educacional do programa de etnomatemática é para conectar histórias suprimidas e ignoradas da matemática com as heranças culturais dos estudantes (por exemplo, Powell & Frankenstein, 2006). D'Ambrosio (2001) afirma-o desta maneira:

“A etnomatemática se encaixa nessa reflexão sobre a descolonização e na procura de reais possibilidades de acesso para o subordinado, para o marginalizado e para o excluído. A estratégia mais promissora para a educação, nas sociedades que estão em transição da subordinação para a autonomia, é restaurar a dignidade de seus indivíduos, reconhecendo e respeitando suas raízes. Reconhecer e respeitar as raízes de um indivíduo não significa ignorar e rejeitar as raízes do outro, mas, num processo de síntese, reforçar suas próprias raízes.” (p. 42)

Como D'Ambrosio (2001) nota, o programa de pesquisa em etnomatemática relaciona-se com a desmarginalização e a inclusão nos currícula de histórias matemáticas encobertas daqueles que eram uma vez subjugados em arranjos de colonização política, económica e social.

Revelar e descobrir as ideias matemáticas incorporadas numa prática cultural *cokwe* e disponibilizando acesso à riqueza dessas ideias fazem parte das preocupações da etnomatemática. Como etnomatemático, Gerdes não é um pesquisador neutro mas antes um intelectual público comprometido em encontrar caminhos não só para compreender a matemática da tradição *cokwe* dos *sona*, mas também levantar questões importantes como as para as quais aponta no *Epílogo* ao observar que a profundidade das ideias matemáticas expressas nos *sona* “tinha começado a ser construído.” Com isso, o leitor é imediatamente desafiado a colocar questões: O que aconteceu com a construção da tradição *sona* e as suas ideias matemáticas? Porque é que se travou esse desenvolvimento? Respondendo a estas questões para além de apreciar e ter prazer na linda apresentação da matemática da tradição *sona* são as ofertas que os leitores receberão desse volume maravilhoso. Educadores sentir-se-ão estimulados a considerar caminhos em que este conhecimento matemático contextualizado possa ser usado na sala de aula para encorajar tanto apreciação e respeito culturais como um maior aproveitamento escolar em matemática.

Arthur B. Powell

Departamento de Educação Urbana e
Instituto Robert B. Davis para Aprendizagem
Universidade Rutgers, Newark, New Jersey, EUA

Referências

- D'Ambrosio, Ubiratan (2001), *Etnomatemática: Elo entre as Tradições e a Modernidade*, Autêntica, Belo Horizonte, MG.
- Gerdes, Paulus & Djebbar, Ahmed (2007), *Mathematics in African History and Cultures. An annotated Bibliography*, lulu.com,

Morrisville NC, 429 p.

Gerdes, Paulus (1999a), *Geometry from Africa: Mathematical and educational explorations*, The Mathematical Association of America Washington, DC.

___ (1999b), Molecular modeling of Fullerenes with Hexastrips, *The Chemical Intelligencer*, 4(1), p. 40-45.

___ (2002a), From Liki-designs to cycle matrices, *Visual Mathematics*, 4(1) (<http://members.tripod.com/vismath7/gerd/>)

___ (2002b), Helix matrices, *Visual Mathematics*, 4(2) (<http://members.tripod.com/vismath8/gerdhel/hel.htm>)

___ (2002c), Cylinder matrices, *Visual Mathematics*, 4(2) (<http://members.tripod.com/vismath8/gerdcyl/cyl1.htm>)

___ (2005), Lunda symmetry where geometry meets art, in: M. Emmer (org.), *The visual mind II*, MIT, Cambridge, p. 335-348.

___ (2008), *Adventures in the World of Matrices*, Nova Science Publishers, New York.

Powell, Arthur B. & Frankenstein, Marilyn (2006), Respecting intellectual diversity: An ethnomathematical perspective, in: F. A. Rosamond & L. Copes (org.), *Educational transformation: A tribute to Steve Brown*, AuthorHouse, Bloomington, IN, p. 161-190.

Introdução

Foi no início de 1986 quando, num sábado de manhã, um livro, acabado de chegar à biblioteca da nossa Universidade Eduardo Mondlane em Maputo (Moçambique), imediatamente atraiu a minha atenção. O livro chamava-se *Desenhos na Areia dos Quiocos do Nordeste de Angola* (Fontinha, 1983). Ao folhear as suas páginas, fiquei com uma forte impressão de que estes desenhos – chamados *sona* – tinham a ver com uma geometria que me era desconhecida.

Aquele fim de semana foi para mim o começo duma viagem extremamente interessante e inspiradora, cheia de descobertas, que ainda não chegou ao fim e, provavelmente, nunca terminará.

Esta viagem levou-me a uma tentativa de (1) analisar e reconstruir elementos matemáticos da tradição *sona* (2) explorar possíveis usos dos *sona* na educação matemática (3) explorar mais o potencial matemático dos *sona* e de (4) estudar tradições que, tecnicamente, apresentam similaridades com a tradição *sona*.

A tradição *sona* pertence à cultura dos Cokwe e de povos relacionados como os Luchazi e Ngangela que vivem no Leste de Angola e em zonas vizinhas do Noroeste Zâmbia e do Congo (Zaire). Observadores descreveram os *sona* como *grafos na areia* (*sandgraphs*, Pearson, 1977), *desenhos na areia* (Baumann, 1935; Centner, 1963; Fontinha, 1983), *escrita na areia* (Hamelberger, 1951), *pictógrafos* e *ideogramas* (Dos Santos, 1961), e *ideógrafos* (Kubik, 1987). O actual Ministro de Cultura de Angola, Boaventura Cardoso, considera *sona* como um sistema profundo de comunicação:

“O Homem, na sua relação com a Natureza e no seu relacionamento com outro, conseguiu inventar formas diversas para exprimir os seus pensamentos, os seus sentimentos, as suas emoções, as suas preocupações e também as suas angústias e seus desejos.. ... Nesta evolução, encontramos hoje uma das formas de expressão dos Thucokwe que utilizam o chão húmido arenoso para se comunicarem. Uma forma subtil de comunicação reservada a uma determinada classe da comunidade Cokwe. ... [Desenvolveram] um grande conjunto de símbolos que em ucokwe se denomina de *masona* (singular: *lusona*), que os iniciados thucokwe utilizavam para a sua comunicação. ... O sistema educacional cokwe incluía esse elemento filosófico-artístico como uma das formas para se ter acesso à sabedoria milenar da sua tradição. Os contos, os mitos, os ditos, os provérbios encarnam a experiência vivida dos nossos Povos e constituem um suporte importante tanto na fase de formação do jovem que se prepara para assumir funções sociais no seio da sua comunidade como para o próprio adulto que a eles recorre como referência para resolver este ou aquele problema. ... [Este] sistema de comunicação [foi] interrompido no decurso da sua evolução” (Cardoso, 2004, p. 8-9).

Durante o período colonial a tradição *sona* tornou-se quase inexistente. O missionário sueco Emil Pearson informa-nos que “durante quase um meio século [desde 1921] no seio dos Ngangela encontrei somente quatro homens que ... eram bons conhecedores desses grafos na areia e do significado dos mesmos” (Pearson, 1977, p. 16). Alguns missionários (Pearson, Hamelberger) e etnógrafos / antropólogos (Baumann, Fontinha, Dos Santos, Centner, Kubik) recolheram e publicaram *sona* e algumas das histórias acompanhantes. Nos anos 1970, o antropólogo cokwe Nange Kudita wa Sessembe recolheu *sona* em aldeias cokwe do lado congolês desta área cultural (Kubik, 1987c, p. 260). Na medida em que sei, o manuscrito de Nange Kudita wa Sessembe ainda não foi publicado.

A tradição *sona* é multifacetada. Envolve aspectos filosóficos, educacionais, artísticos, ideográficos e recreacionais. Neste estudo mostrarei que considerações matemáticas estavam envolvidos e se têm

desenvolvido quando os Cokwe inventaram *sona* e construíram um reservatório de expressões simbólico-gráficas.

O livro presente apresenta uma análise e uma reconstrução de elementos matemáticos na tradição *sona*. Surgiu e expandiu-se a partir dum primeiro artigo concluído e policopiado em 1987 (cf. Gerdes, 1989, p. 120-189). A forma alargada foi publicada, em 1993, em Português como o primeiro volume duma trilogia. O segundo volume da trilogia debruçou-se sobre o uso dos *sona* na educação e pesquisa matemáticas. O terceiro volume conteve uma análise comparativa dos *sona* com desenhos do Egipto Antigo e Mesopotâmia, dos Tamil no Sul da Índia, das Ilhas Vanuatu na Oceânia, e com padrões de nós célticos. A trilogia foi publicada, em 1995, em Francês, e, em 1997, em Alemão. Em 1994, Arthur B. Powell da Universidade Rutgers (Newark, New Jersey, EUA) traduziu, quando ele era professor visitante na *Universidade Pedagógica* em Moçambique, o primeiro volume do Português para o Inglês. A versão em Inglês do primeiro volume foi publicada, em 1994, em Moçambique, e reeditada, em 2006, sob o título de *Sona Geometry from Angola: Mathematics of an African Tradition* (Polimetrica International Scientific Publisher, Monza, Itália).

A presente edição em Português reproduz o primeiro volume original da trilogia. Contém igualmente a tradução do prefácio, do epílogo, da bibliografia actualizada e do apêndice da última edição referida em Inglês. O apêndice apresenta uma introdução breve a ideias matemáticas que emergiram do estudo dos *sona* – de curvas de espelho, Lunda-designs, Liki-designs a matrizes cíclicas e conceitos relacionados.

Muitos *sona* são simétricos e são traçados com apenas uma linha. O livro analisará esta simetria e monolinearidade como valores culturais salientes. *Geometria Sona* estudará as particularidades de classes de *sona* e os algoritmos geométricos correspondentes para a sua construção. Revelar-se-á a construção sistemática de padrões de base monolineares, tal como as regras de encadeamento e de eliminação para a construção de *sona* monolineares. Supõe-se que os especialistas dos *sona* que inventaram estas regras provavelmente soubessem porque elas são válidas, quer dizer, eles sabiam provar, duma maneira ou doutra, a veracidade que as regras expressam. Na última parte do livro, avançar-se-á com a reconstrução de simetrias e

monolineridades perdidas através da análise de erros possíveis de desenho nos *sona* relatados.

Para poder entender e apreciar a *Geometria Sona de Angola*, convidam-se os(as) leitores(as) a desenharem eles(elas) mesmos(as) as figuras apresentadas no livro e a sentirem o fluxo da geometria tanto na mão como na cabeça.

Dedico a *Sona Geometria Sona de Angola* aos especialistas, aos *akwa kuta sona*, que inventaram e desenvolveram a tradição *sona* e aos jovens que poderão valorizar ainda mais o potencial matemático da tradição *sona* no verdadeiro espírito do *Renascimento Africano*.

Agradecimentos

Agradeço às minhas irmãs Caroline e Miriam, e ao meu colega Gert Schubring (Universidade de Bielefeld, Alemanha) o envio de fotocópias de fontes importantes.

Agradeço a Marcia Ascher (Ithaca College, NY, EUA), Gerhard Kubik (Universidade de Viena, Áustria), e Claudia Zaslavsky (New York, EUA) o envio de algumas das suas (pré)publicações e o seu encorajamento.

Agradeço a Arthur B. Powell (Universidade Rutgers, Newark NJ, USA, e, em 1993/1994, professor visitante na Universidade Pedagógica em Moçambique) o seu apoio entusiástico para a ideia de traduzir o livro para a língua inglesa, a sua tradução, os seus comentários e o seu prefácio.

Agradeço à Agência Sueca para a Cooperação com os Países em Vias de Desenvolvimento no Âmbito da Investigação Científica (SAREC) o apoio financeiro da minha investigação sobre os *sona* durante os anos 1990.

Agradeço a todos os colegas em África, nas Américas, na Europa e na Ásia que me convidaram a dar palestras sobre a tradição *sona* e sobre o seu potencial educacional e matemático, o convite e o entusiasmo. Agradeço a todas as editoras que me convidaram a escrever artigos sobre *sona*, o seu uso didático e o seu potencial científico.

Agradeço aos *akwa kuta sona* que inventaram e desenvolveram a tradição *sona* e aos missionários e antropólogos que relataram fragmentos da tradição *sona*, o prazer profundo e a oportunidade que me têm dado para poder contribuir para a análise, a reconstrução e a revivência da rica tradição geométrica africana dos *sona*.

Fontes das ilustrações

Com a exceção das reproduções nas Figuras 38 (Heintze), 156, 164, 176 (Dos Santos) e 289 (Deacon), o autor fez todos os desenhos, utilizando para tal o programa Adobe Illustrator. A notação [Fontinha, p. 134] debaixo duma figura significa “desenhado a partir duma figura na página 134 no livro de Fontinha.” Caso não se indicar uma fonte, tratar-se-á dum desenho novo feito pelo autor.

Capítulo 1

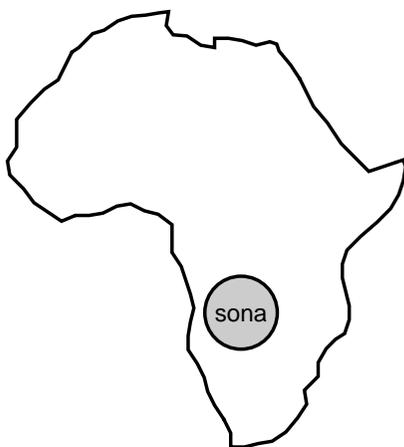
Os Cokwe e outros povos bantu do grupo Cokwe-Lunda

As línguas bantu podem ser subdividas em catorze classes (cf. Obenga, 1985, p. 22-30). O *grupo Cokwe-Lunda*, pertencente à classe dos *Bantu do Centro*, é constituído pelos seguintes subgrupos:

1. Cokwe (Tchokwe, Tshiok), Nungo (Minungu);
2. Ruund (Lunda);
3. Luimbi (Lwimbi, Luimbe), Mbwela, Ngangwela;
4. Lucazi (Luchazi);
5. Lwena (Lovale, Lubale, Luvale);
6. Mbunda;
7. Nyengo;
8. Lunda, Ndembo (Ndembu);
9. Songo.

A cultura cokwe pertence a um grande círculo cultural de carácter bastante uniforme, que engloba todo o Leste de Angola, o Noroeste da Zâmbia e zonas circunvizinhas do Congo / Zaire (vide as Figuras 1 e 2) (Kubik, 1975, p. 87). Segundo Kubik, este círculo cultural é marcado pela importância de uma instituição central: a de *mukanda* (ritos de iniciação para rapazes com a duração variável entre seis e oito meses) com a cerimónia de máscaras (*makhisi* ou *makisi*) (Kubik, 1975, p. 87). Os Cokwe têm uma organização social matrilinear.

Os Cokwe (Chokwe, Tchokwe, Tshokwe, Tchokue, Tshiok, etc. ou Quiocos na forma portuguesa), com uma população de cerca de um milhão (1966), habitam predominantemente o Nordeste de Angola, a região chamada Lunda (Fontinha, 1983, p. 28). Segundo Bastin, foi por volta de 1600 que aristocratas lunda chegaram ao planalto montanhoso da Serra de Musamba no centro de Angola. Os emigrantes tomaram o nome de Tchokwe, sendo o Cokwe um afluente do Lungwe-Bungo que desagua no rio Zambeze (Bastin, 1988, p.49).¹ De acordo com a tradição oral das famílias dos chefes, eles vieram do actual Congo / Zaire, da zona do Lago Tanganyika (ibidem). Por volta de 1860, inicia-se uma emigração para o Norte e para o Sul, descendo os rios que nascem no planalto. Bastin aponta a doença e a fome como principais causas da deslocação.



Mapa de África
Figura 1

No período anterior à ocupação colonial do fim do século XIX, as mulheres cokwe e os cativos trabalhavam na agricultura, e os homens dedicavam-se mais à caça. Os artesãos ocupavam-se e continuaram a

¹ Lima defende a tese “de que a fundação do império lunda e do estado tchokwe deverá recuar dos séculos XVI e XVII para o século VIII, contrariamente ao que pensa a maioria dos historiadores” (Lima, 1988, p. 20).

ocupar-se durante o domínio português da arte do ferro, da pintura, da escultura e do fabrico de móveis (cadeiras, bancos, mesas, etc.), e da técnica dos trançados (fabrico de esteiros, cestos, celeiros para os cereais, etc.).



Mapa regional
Figura 2

O artesanato era muito aperfeiçoado, sobretudo o de ferro, o do cobre e o de tecidos de palma e outros entrançados. Os ferreiros cokwe estavam organizados em associações mais ou menos secretas para as era difícil entrar (CEA, 1975, p. 149, 150). Os forjadores, tecelões, escultores, pintores e desenhadores pertenciam à elite social (Fontinha, 1983, p. 44).

O alto nível do artesanato do ferro não só permitiu um aumento da produtividade na agricultura, como contribuiu também, através do fabrico de armas melhoradas, para o poder militar e o sucesso na caça. O desenvolvimento das forças produtivas permitia aos Cokwe fazer bastante comércio com os povos vizinhos. Vendiam tecidos, marfim, móveis, entrançados e instrumentos (CEA, 1975, p. 150).

A cultura cokwe é bem conhecida pela sua arte decorativa, que abrange desde a ornamentação de esteiras e cestos entrançados, trabalho em ferro, cerâmica, escultura, gravação de cabaças e

tatuagens até pinturas nas paredes das casas e desenhos na areia. ²

Com a penetração e ocupação coloniais e, por conseguinte, o aumento do comércio de escravos e a intensificação de guerras, travou-se o desenvolvimento das forças produtivas. Um declínio cultural foi provocado e muitos conhecimentos se perderam.

² Cf. Bastin, 1961, 1982; Falgayrettes, 1988; Fontinha & Videira, 1963; Hauenstein, 1988; Lima, 1956; Redinha, 1953; Fontinha, 1983.

Capítulo 2

A tradição de desenho

Sobre os desenhos na areia, o etnógrafo Baumann observa em 1935:

“Os Cokwe cultivam uma singular arte ornamental, que imperceptivelmente se transforma em jogo. Frequentemente vêem-se, nas paredes das casas mas também na areia lisa da aldeia, padrões-de-fita-entrançada particulares, que trepam por pontos de cor vermelha, ou por buracos imprimidos na areia, respectivamente” (Baumann, 1935, p. 222, 223).

Segundo Bastin, as actividades artísticas dos Cokwe começam muito cedo:

“Aprendendo, o jovem diverte-se ao fazer desenhos na areia com os dedos...estes desenhos, chamados *sona*, (nome que hoje se dá à escrita) aparecem nas paredes das casas pintadas por homens, mulheres e crianças” (Bastin, 1984, p. 315).

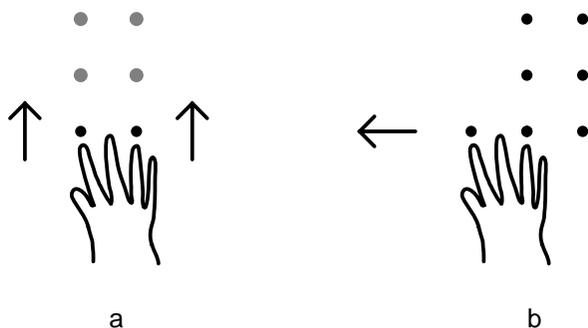
Fontinha descreve que, quando os Cokwe se encontram no terreiro da aldeia ou no acampamento de caça, sentados à volta da fogueira ou à sombra de árvores frondosas, costumam passar o tempo em conversas ilustrando-as com desenhos (*lusona*, plural: *sona*) na areia. Muitos destes desenhos pertencem a uma velha tradição. Referem-se a provérbios, fábulas, jogos, adivinhas, animais, etc. e desempenham um papel importante na transmissão do conhecimento e da sabedoria de uma geração para a seguinte (Fontinha, 1983, p. 37).

Cada rapaz aprende o significado e a execução dos desenhos mais simples durante a fase intensiva ‘escolar’ dos ritos de iniciação:

“É curioso notar que povos vizinhos como: Balubas, Cacongos, Luluas, Bângalas, Sukos e outros, que habitam a Lunda, desconhecem completamente estes desenhos, naturalmente porque não viveram a fase intensa da *mukanda* e do *mugonge*, ritos de passagem que são tradição do grupo Lunda-Quioco e afins” (Fontinha, 1983, p. 42).

O significado e feitura dos desenhos mais difíceis é transmitido por especialistas – *akwa kuta sona* (conhecedores de desenho) – a neófitos interessados nos *sona*. Estes mestres de desenho faziam

“parte de uma elite, que procurava deixar o saber que havia recebido de seus antepassados aos seus descendentes directos” (Fontinha, 1983, p. 44).



Marcar os pontos
Figura 3

Para facilitar a memorização dos seus estandardizados pictogramas e ideogramas, os *akwa kuta sona* inventaram uma interessante mnemónica: depois de limpar e alisar o chão, marcam com as pontas dos dedos uma rede ortogonal de pontos equidistantes. A Figura 3 mostra como os pontos (*tobe*) são marcados de baixo para cima e do meio para as extremidades (Kubik, 1987b, p. 60, 61; Fontinha, 1983, p. 38). Em muitos casos são depois feitas novas séries de pontos nos centros dos quadrados da rede inicial de pontos (vide a Figura 4). Após a marcação dos pontos da rede pode-se iniciar a execução propriamente dita do desenho. Normalmente o desenho compõe-se de uma ou mais linhas (*mufunda*, pl. *mifunda*), que abraçam os pontos da rede. A Figura 5 ilustra a execução de uma linha. Tanto o número de filas e colunas da rede de pontos como as

regras de construção do desenho dependem do motivo a ser representado.

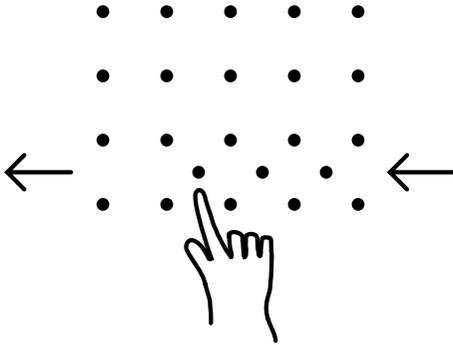


Figura 4

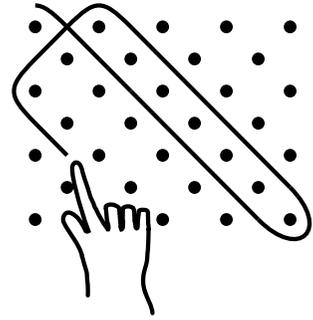


Figura 5

Dos Santos descreve da seguinte maneira a técnica da realização dos desenhos na areia:

“Começa o Quioco por alisar o terreno com a mão em jeito de cutelo. As pontas dos dedos indicador e médio da mão direita, abertos, à laia de compasso, vão marcando os vários pontos em alinhamentos paralelos. Contados e conferidos os vários pontos nos diversos alinhamentos, risca então o desenhador as linhas com a ponta do indicador direito” (Dos Santos, 1961, p. 18).

Aplicando o seu método – um exemplo do uso de um *sistema de coordenadas* (cf. Dos Santos, 1960, p. 267) – os *akwa kuta sona* reduzem, em geral, a memorização de um padrão completo à de dois números e de um *algoritmo geométrico*. Fontinha informa que

“Existem normas para começar e acabar um desenho; o padrão ser obedecido de modo rigoroso...” (Fontinha, 1983, p. 39).¹

Com a penetração e ocupação coloniais a tradição de desenho entrou em decadência. Alguns missionários e etnógrafos recolheram *sona* e livraram-nos do esquecimento. A maior e a mais importante

¹ Infelizmente raramente se relata na literatura onde se dá início à execução de um determinado desenho.

colecção de *sona* foi concluída, em 1963, por Fontinha e publicada somente em 1983. Esse livro contém 287 desenhos diferentes recolhidos nos anos 1940 e no início dos anos 1950. Fontinha observa que

“Em cada dia que passa e em cada velho que morre, vêm-se desaparecer testemunhos preciosos do seu passado colectivo” (Fontinha, 1983, p. 39).

Já nessa altura foi difícil coleccionar muitos *sona*. Eram raras as pessoas que conheciam mais de uma meia dúzia de *sona*,

“tendo sido necessário percorrer pacientemente toda a vasta região da Lunda e ouvir centenas de Quiocos, Lundas, Luenas, Xinges e Minungos...” (Fontinha, 1983, p. 43).

Os padrões mais simples eram conhecidos por grande número de homens. Dos mais complicados, contudo, só alguns velhos conheciam

“o segredo, e dificilmente se resolviam a executá-los, dizendo que outrora foram hábeis nesta arte mas que já não têm cabeça nem vista para os fazerem” (Fontinha, 1983, p. 43).

Aqui é de salientar que os motivos deviam ser executados suave e continuamente, pois

“parar a meio é tido como uma imperfeição, o que levaria os circunstantes a esboçar sorrisos irónicos” (Fontinha, 1983, p. 37).

Os mestres executam os desenhos velozmente. Uma vez feitos, os padrões são geralmente apagados:

“...nada é feito para os preservar. São feitos e geralmente logo apagados, quando muito duram horas enquanto o vento não os some...” (Fontinha, 1983, p. 39).

Todo este processo coloca altas exigências à memória dos *akwa kuta sona*. Fontinha insistiu com vários mestres no sentido de saber se alguns desenhos seriam invenção sua ou os teriam aprendido com alguém. A resposta era sempre a mesma:

“que os aprenderam com os mais velhos e que estes os tinham recebido dos seus antepassados” (Fontinha, 1983, p. 41).

Dos Santos também refere que não foi fácil encontrar *sona*:

“Foi-nos difícil encontrar ‘desenhadores’. Não digo bem. ‘Desenhadores’ dos mais simples esquemas são quase todos os Quiocos adultos. Mas dos *sona* mais complicados só alguns velhos de *múnue ualele* (de ‘dedo leve’) – como se exprimem – difíceis de descobrir e sobretudo difíceis de se resolverem a desenhá-los perante um europeu...” (Dos Santos, 1961, p. 18).

O missionário Pearson escreve, na sua introdução aos ‘grafos’ ou desenhos na areia (singular *kasona*, plural *tusona* na língua ngangela), que

“De acordo com os meus informantes os grafos na areia foram transmitidos por poucos homens escolhidos durante muitas gerações. ... Durante quase um meio século no seio dos VaNgangela encontrei apenas quatro homens que tinham um conhecimento verdadeiro dos grafos. No início eram hesitantes em mostrar-mos, mas, pouco a pouco ganhei a confiança deles e mostraram-me mais e mais, e explicaram-me o significado quando recordavam o que lhes tinha sido ensinado pelos seus instrutores”. Em particular, Maliti e Kusendala foram “artistas e mestres de interpretação soberbos”. ...Em geral, “quando a figura é bastante complicada, o desenho é feito em silêncio. Contudo, quando é simples, a história é contada ao executar o desenho” (Pearson, 1977, p. 16).

Sobre os *sona* dos Luchazi que tinham entrado no noroeste da Zâmbia no início do século XX, Kubik escreve em 1987:

“O que encontramos hoje em dia devem ser provavelmente apenas os vestígios, tornando-se cada vez mais obsoletos, do que foi um repertório surpreendentemente rico e variado de símbolos” (Kubik, 1987b, p. 59).

Ele considera os *sona* como a *biblioteca tradicional* dos Luchazi, dos Cokwe e povos afins e não tem dúvida nenhuma de que se trata de uma tradição pre-colonial (Kubik, 1987b, p. 58). Os *sona* são desenhados para

“transmitir ideias à comunidade masculina sobre as instituições existentes, estimular a fantasia, o pensamento

lógico abstracto e mesmo a meditação” (Kubik, 1987b, p. 58).

Ao mesmo tempo, constituem uma forma de entretenimento e recreio (Fontinha, 1983, p. 74).

Pode-se colocar a questão de ‘quem inventou os *sona*?’. Kubik apresenta a seguinte hipótese:

“A partir de toda a evidência disponível parece que essas descobertas eram feitas por indivíduos em solidão durante longas viagens através de áreas desabitadas. A tradição oral confirma que no passado os *sona* eram frequentemente desenhados por caçadores, quando se sentavam para descansar e queriam passar o seu tempo” (Kubik, 1987c, p. 245).

A Tabela 1 apresenta uma informação sobre as colecções publicadas de *sona*.

Tabela 1
Colecções de sona

Coleccionador	Período de colecção	Data(s) de publicação	Número de <i>sona</i> relatados
Emil Pearson	Principalmente os anos 1920	1977	69
Hermann Baumann	1930	1935	4
Mário Fontinha	1945 – 1955	1983	287
E. Hamelberger	Ca. 1947-1950	1951, 1952	28
José Redinha	Antes de 1953	1953	8
Eduardo dos Santos	Ca. 1955–1960	1961	94 ²
Th. Centner	Antes de 1963	1963	13
Gerhard Kubik	1973, 1977–1979	1975, 1987	25

Apresento em seguida uma contribuição para a análise e reconstrução de elementos matemáticos na tradição dos *sona*. Vários dos *sona* relatados parecem conter ‘enganos’ ou ‘erros’. Em todo este livro, quando falo sobre enganos ou erros dos desenhadores, pode ser que estejamos perante um engano do especialista de desenho, por

² A colecção de Dos Santos inclui todos os *sona* da colecção de Hamelberger – algumas vezes com pequenas variações.

exemplo, como consequência da sua idade avançada. Pode ser que se trate de erros na transmissão do conhecimento sobre *sona*, duma geração à seguinte. Podem ser também erros por parte do relator, ou mesmo, um ‘erro’ consciente por parte do desenhador para enganar o relator e, assim, proteger o seu conhecimento – uma forma de resistência cultural contra o colonialismo.

Capítulo 3

Simetria e monolinearidade como valores culturais

3.1 *Simetria como valor cultural*

Mais de 80% dos *sona* da maior colecção, a de Fontinha (1983), são simétricos. Mais ou menos 75% dos *sona* têm pelo menos um eixo de simetria. Amiúde se encontram desenhos na areia com simetria dupla, ou seja, com dois eixos de simetria perpendiculares entre si. *Sona* com apenas uma simetria rotacional de 180° ou de 90° são menos vulgares. A frequência de *sona* com um ou mais eixos de simetria constitui uma expressão da importância da simetria (axial) como valor cultural. Nas Figuras 6 até 13 apresentam-se exemplos de *sona* simétricos.

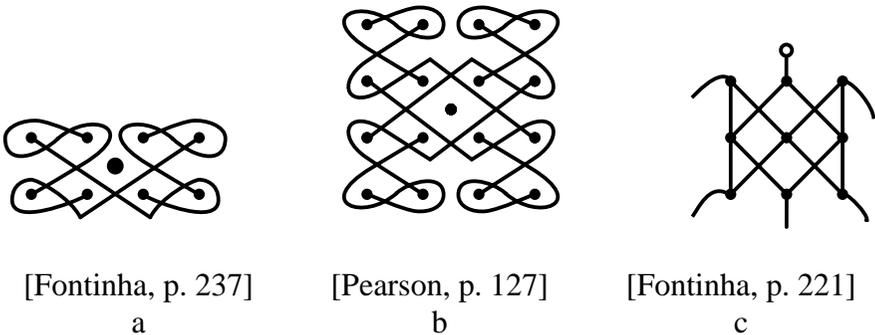
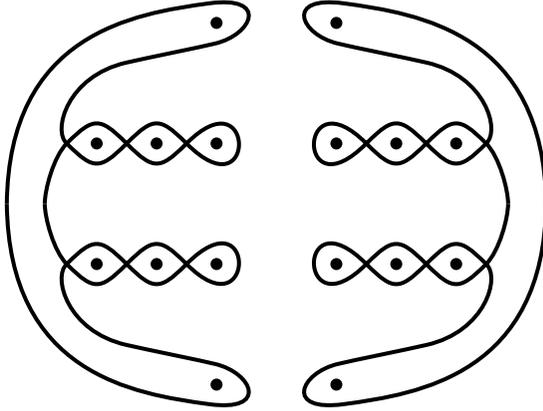


Figura 6



Lusona representando pessoas a recolher cogumelos

[Fontinha, p. 259]

Figura 7

3.2 *Monolinearidade como valor cultural*

A Tabela 2 apresenta uma relação dos *akwa kuta sona*, dos quais Fontinha recolheu e publicou mais de dez desenhos na areia. É de notar que, no total, 61% dos seus motivos são monolineares, quer isto dizer que são compostos por uma única linha; uma parte da linha pode cruzar-se com outra parte, mas nunca uma parte pode tocar apenas uma outra parte.¹ Esta percentagem torna-se ainda mais alta (por volta de 80%), se, por um lado, não tomarmos em conta os desenhos em que, excepcionalmente, as linhas não abraçam os pontos da rede (vide os exemplos na Figura 6), e, por outro lado, considerarmos aqueles padrões 2-lineares, em que se traçam ambas as linhas ao mesmo tempo, cada uma com uma mão (vide o exemplo na Figura 7) como monolineares. Daqui podemos chegar à conclusão de que a monolinearidade tinha pelo menos um alto valor e talvez tenha constituído um ideal ou norma cultural.

¹ O conceito de “monolinearidade” não é o mesmo que o conceito de “tracejabilidade” ou o de “grafo de Euler”, utilizado na Teoria de Grafos. Ao tracejar um grafo permite-se que dois segmentos da linha se toquem. Em contrapartida, ao desenhar um *lusona* dois segmentos não são permitidos a se tocarem mas eles podem intersectar-se.

Tabela 2

Distribuição de padrões monolineares entre os desenhadores dos quais Fontinha recolheu mais de dez sona

	Desenhador	Número de padrões publicados	Número de padrões monolineares	Percentagem dos padrões monolineares
1	Carimine	22	11	50%
2	Chizainga	18	13	72%
3	Samesa	13	12	92%
4	Cabindja	21	9	43%
5	Muazange Kasakwa	15	7	47%
6	Sacapacata	19	16	84%
7	Mwata Ritenda	18	8	44%
8	Saitumbo	15	10	67%
	Total	141	86	61%

3.3 *Simetria e monolinearidade: valores complementares*

A título de exemplo apresenta-se, na Tabela 3, uma classificação dos 69 *sona* recolhidos por Pearson, em função dos parâmetros de simetria e monolinearidade. Observa-se, por um lado, que 86% dos padrões monolineares são também simétricos. Por outro lado, 60% dos desenhos simétricos são também monolineares. Ao todo, 46% dos *sona* são simultaneamente simétricos e monolineares. Estas percentagens ilustram que os *akwa kuta sona*, inventores dos desenhos, preferiam, em geral, padrões ao mesmo tempo monolineares e gozando de uma certa simetria.

As percentagens seriam ainda mais altas, se não acontecesse que não raras vezes não se podem conciliar tecnicamente os dois valores culturais, como veremos na secção seguinte.

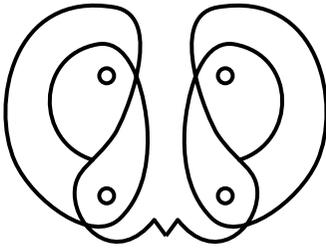
Tabela 3

Distribuição percentual dos sona recolhidos por Pearson

	monolinar	2-linear	polilinear	total
4 eixos de simetria	1,5	1,5	7	10
só dois eixos de simetria	14	1,5	7	23
só um eixo de simetria	26	7	1,5	35
simetria rotacional de 90°	1,5	0	1,5	3
só simetria rotacional de 180°	3	3	0	6
sem simetria	7	1,5	14	23
total	54	14	32	100

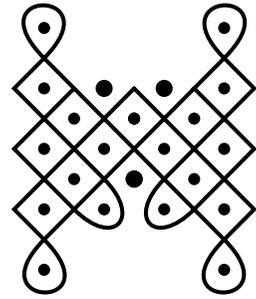
Na Figura 8 apresentam-se exemplos de *sona* monolinesares com uma simetria axial. São alusivos a (a) uma cabeça de mocho (*mutwe wa tsikungulu*); (b) um galo de mato e um chacal (*kanga nyi mukuza*); (c) um morcego (*tshinguzo*); (d) uma pele de hiena com as manchas características (*tshimbungu*); (e) uma ave grande (*linguali*); (f) o acampamento dos circuncidados (*mukanda*): a fila de pontos ao centro indica os circuncidados; os pontos ao alto representam as máscaras protectoras do ritual e os de baixo os guardas do acampamento (Fontinha, 1983, p. 262; cf. Hamelberger, 1952, p. 325).

Exemplos de *sona* polilinesares com uma simetria axial são dados na Figura 9. Referem-se a (a) uma máscara de *Tshihongo* (*mukishi wo Tshihongo*); (b) um conselho ao fundidor de ferro que deve evitar relações amorosas enquanto durarem os preparativos e a laboração do forno, para não prejudicar o seu bom funcionamento (*mukwa lutenga*; Fontinha, 1983, p. 132) ou ao casal Sachituco e Nachituco; (c) casal Sachituco e Nachituco; (d) um espírito comendo salalé, formiga branca (*mutalo maria tuswa*); (e) mulheres e homens juntos (*tuhinia na vakuendze*); (f) o arco-iris (*kongolo*).



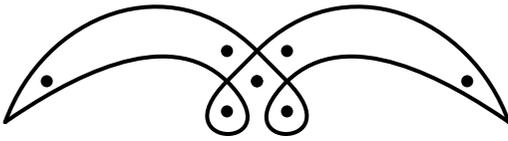
[Fontinha, p. 151]

a



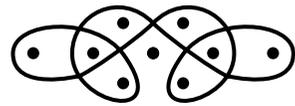
[Fontinha, p. 233]

b



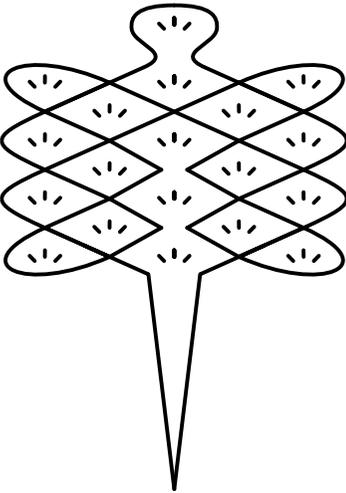
[Fontinha, p. 211]

c



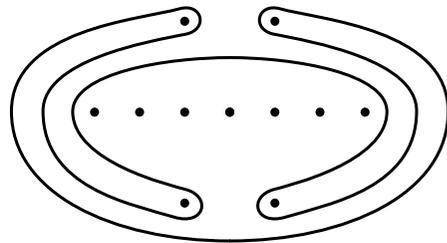
[Pearson, p. 155]

d



[Fontinha, p. 197]

e

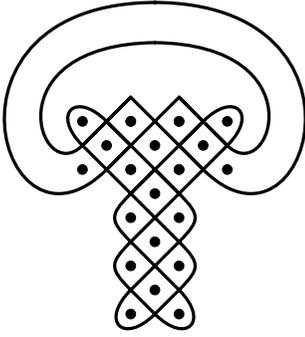


[Fontinha, p. 261,
cf. Hamelberger, p. 324, Dos Santos, p.
78, Kubik, 1987a, p. 477]

f

Sona monolineares com um eixo de simetria

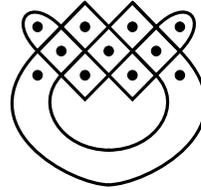
Figura 8



3-linear

[Hamelberger, p. 324; Dos Santos, p. 102; Fontinha, p. 127]

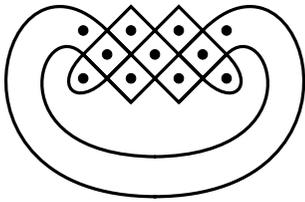
a



2-linear

[Hamelberger, p. 324; Dos Santos, p. 80; Fontinha, p. 131]

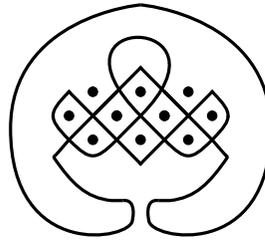
b



2-linear

[Hamelberger, p. 324; Dos Santos, p. 81]

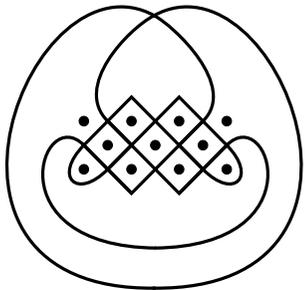
c



2-linear

[Fontinha, p. 239]

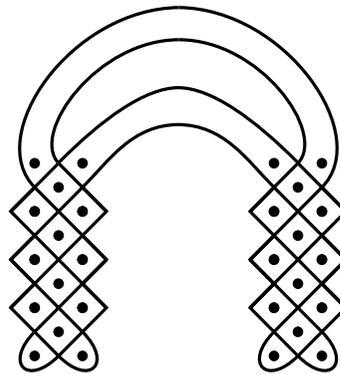
d



2-linear

[Pearson, p. 56]

e



2-linear

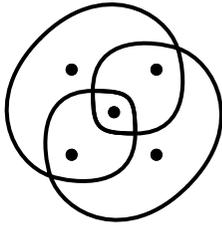
[Fontinha, p. 285]

f

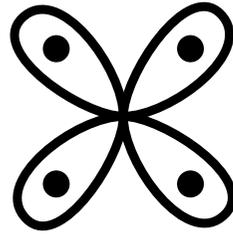
Sona polilíneas com um eixo de simetria

Figura 9

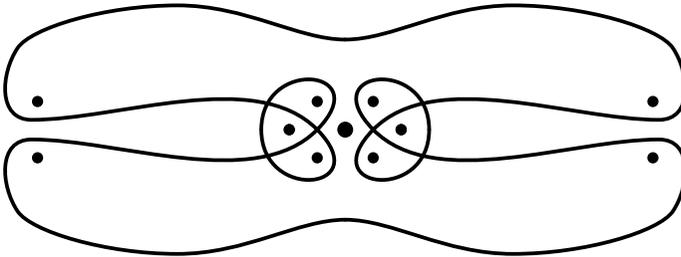
Na Figura 10 ilustram-se exemplos de *sona* monolineares com simetria dupla. Representam (a) *kafundeje*, designação dada a uma rapariga após a primeira menstruação; (b) *tshanda huri*, uma aranha no meio da sua teia; (c) pormenor de parte da cara duma figura humana.



[Fontinha, p. 239]
a



[Fontinha, p. 139]
b

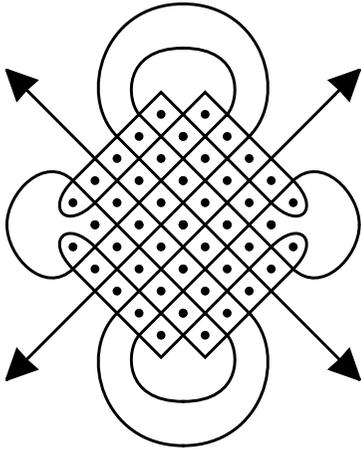


[Fontinha, p. 225]
c

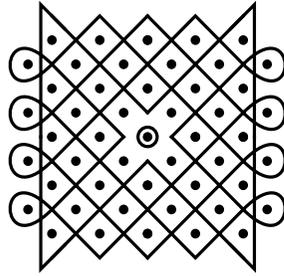
Sona monolineares com dois eixos de simetria
Figura 10

Exemplos de *sona* polilineares com simetria dupla encontram-se na Figura 11, representando: (a) os pontos cardiais; (b) *tshitwano tsha Mwatshisenge*, um banco do estilo do grande chefe Mwatshisenge; (c) *thua*, um cão e uma cadela após o coito; (d) uma armadilha para apanhar ratos; (e) *katwanfatshe*, um animal lendário devorador de cabritos, que se esconde em buracos nas rochas.

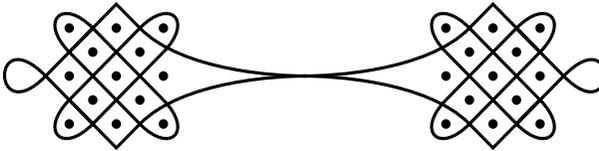
Exemplos de *sona* com uma simetria rotacional de 90° são dados na Figura 12, ilustrando (a) uma espécie de adivinha; (b) *usake wa kamba kanzanga*, ou seja, um lugar na floresta onde abundam frutos e animais; (c) *tshintu tsha kuma Mwata*, lembrando que o Mwata deve tratar bem o seu povo, escravos e visitantes (Fontinha, 1983, p. 244).



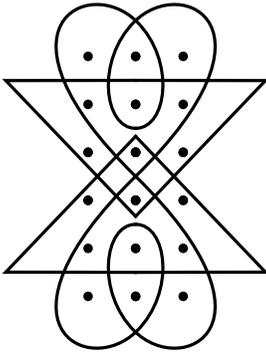
5-linear
[Fontinha, p. 161]
a



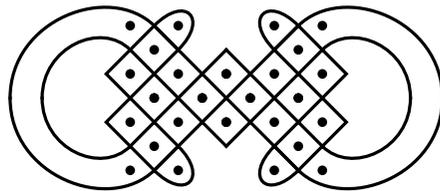
3-linear
[Fontinha, p. 295]
b



5-linear
[Hamelberger, p. 324; Dos Santos, p. 36; Fontinha, p. 195]
c

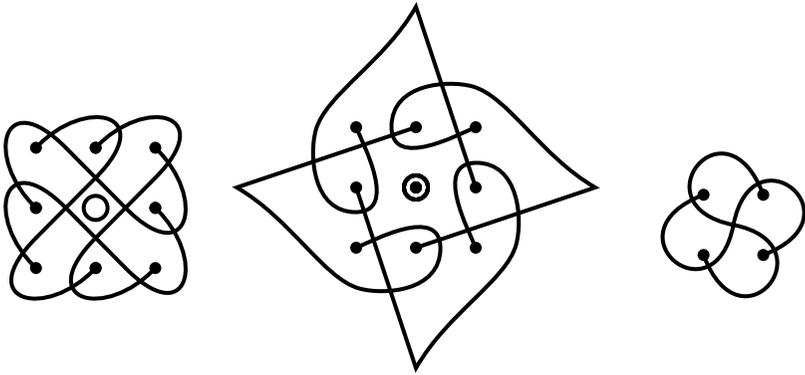


3-linear
[Dos Santos, p. 95]
d



3-linear
[Fontinha, p. 213]
e

Sona polilineares com dois eixos de simetria
Figura 11



[Dos Santos, p. 121; Fontinha, p. 243; Pearson, p. 78]

a

4-linear
[Fontinha, p. 175]

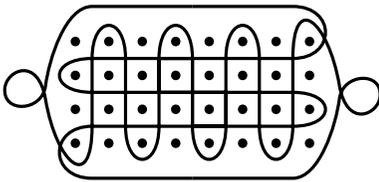
b

2-linear
[Fontinha, p. 39, 243]

c

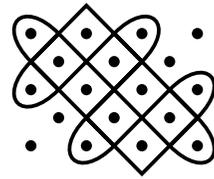
Sona polilineares com uma simetria rotacional de 90°

Figura 12



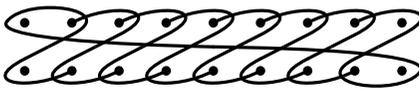
monilinear
[Silva, p. 63]

a



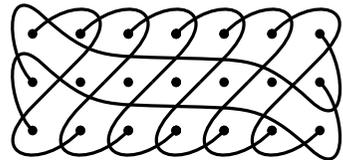
monilinear
[Hamelberger, p. 324; Dos Santos, p. 120]

b



7-linear
[Fontinha, p. 243]

c

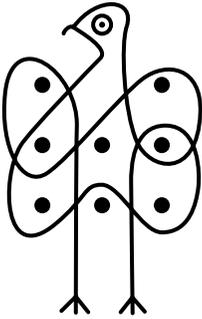


8-linear
[Fontinha, p. 241]

d

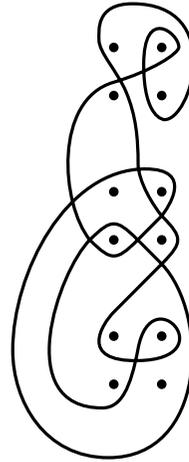
Sona com apenas uma simetria rotacional de 180°

Figura 13



[Fontinha, p. 153]

a



[Fontinha, p. 39, 85, 129]

b

Sona sem simetria
Figura 14

Sona com apenas uma simetria rotacional de 180° são apresentados na Figura 13, referindo-se (a) aos fumadores de ‘marijuana’ (*vakua-liamba*); (b) ao jogo denominado *tchela*; ¹ (c) a uma espécie de miriápode (*tshongolu*) e (d) a uma espécie de adivinha (*ka-mu-etsha*).

¹ *Tchela* é um jogo de tabuleiro do tipo ‘mancala’. Em Angola é jogado frequentemente num tabuleiro rectangular de quatro filas, cada uma com oito (ou nove) buracos. Nos extremos encontram-se mais dois buracos que servem de depósito. No seu livro sobre jogos do tipo ‘mancala’ em Angola, Silva (1995, p. 62-64) apresenta quatro *sona* que representam o jogo *tchela*. Os primeiros dois são topologicamente equivalentes e têm um simetria rotacional de 180° , enquanto os outros dois têm dois eixos de simetria. Os primeiros três são monolineares, enquanto o último é 4-linear. Silva indica Fontinha como fonte, mas apenas o último é relatado por Fontinha (1983, p. 115). Para uma introdução geral a jogos do tipo ‘mancala’, vide Russ (1984) e Zaslavsky (1999, p. 116-136). Para uma análise de ideias matemáticas incorporadas num jogo desse género, vide Ismael (2001) sobre o jogo *thadji* no Nordeste de Moçambique.

Na Figura 14 mostram-se dois *sona* monolineares sem simetria. Não é por acaso que não são simétricos. Este facto relaciona-se com as ideias que pretendem transmitir: (a) representa *kusu*, um papagaio; (b) *lusona* alusivo a *kuku* ou *kalamba*, ou seja, o pensador, “símbolo de velhice prolongada que personifica o culto ancestral; tem grande importância familiar e representa o chefe do povo” (Fontinha, 1983, p. 130). Este *lusona* revela a grande expressividade alcançada pelo desenhador-artista que o inventou.

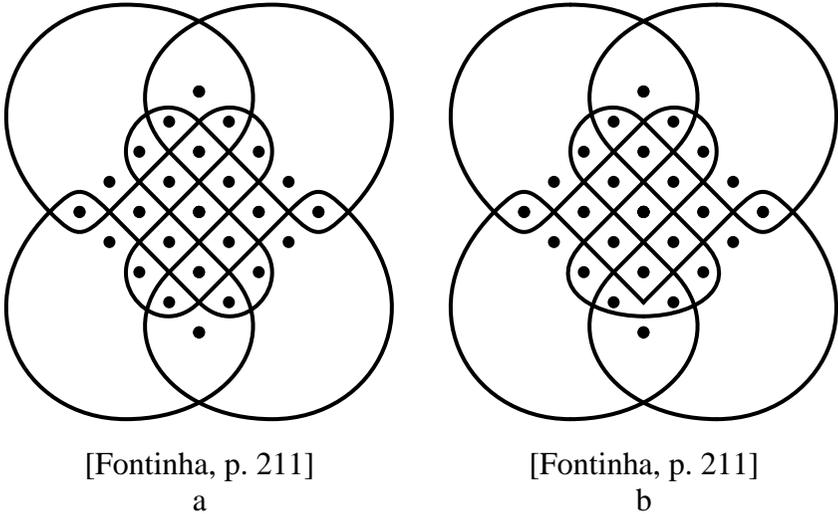


Figura 15

3.4 *Simetria ou monolinearidade: conflito de valores*

Amuleto de caça

A Figura 15a mostra um motivo traçado pelo desenhador cokwe de nome Mwata Muamuchico. Chama-se *sako rya uyanga*, isto quer dizer que

“simboliza um pequeno atado de cauda de animais com ‘remédios’, que o caçador cokwe usa como amuleto na sua arma, para ter sorte na caça e evitar maus encontros” (Fontinha, 1983, p. 212).

Este padrão apresenta dois eixos de simetria perpendiculares entre si e compõe-se de duas linhas fechadas. Cada uma destas linhas tem uma simetria rotacional de 180° (vide a Figura 16). Do desenhador

lunda de nome Samulolu, apresenta-se na Figura 15b um *lusona* que é muito parecido com o de Mwata Muamuchico (Figura 15a), possuindo o mesmo significado. Distinguindo-se do primeiro o segundo padrão tem apenas um único eixo (vertical) de simetria. Perdeu-se o eixo horizontal. Em contrapartida, o desenho tornou-se monolinear. Aqui provavelmente não se trata de um erro: ambos os padrões são demasiado complicados e parecidos para isto poder acontecer. É mais provável que Samulolu (ou o seu grupo cultural) valorizasse a monolinearidade mais do que uma completa simetria dupla.

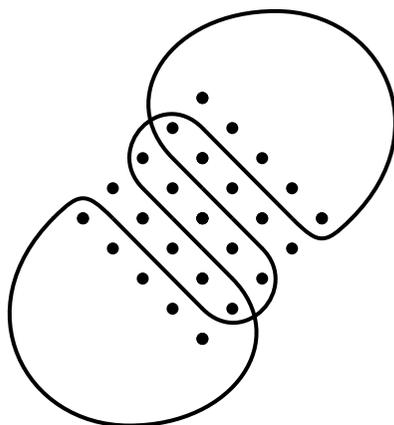
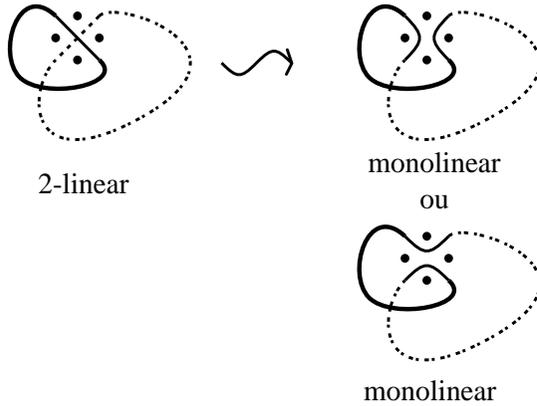


Figura 16

Não me parece que o primeiro padrão tivesse sido encontrado casualmente. Antes pelo contrário, parece resultar de experimentações de construção, onde se atribuía à simetria um valor alto. O segundo *lusona* provém do primeiro. O seu inventor sabia como se pode transformar um padrão 2-linear num monolinear: um ponto de intersecção das duas linhas devia ser eliminado. Por outras palavras, num determinado momento na história da tradição dos *sona* conhecia-se a seguinte regra de transformação:

quando se ‘cortam’ duas linhas fechadas no seu ponto de intersecção e cada uma de ambas as extremidades assim obtidas da primeira curva se liga a uma da segunda, então transita-se das duas linhas iniciais para uma única curva fechada (vide a Figura 17).



Regra de transformação
Figura 17

O inventor do segundo padrão *sako rya uganga* soube provavelmente também que a eliminação do ponto de intersecção, simétrico ao primeiro, o levaria de novo a duas linhas, e, por isso, eliminaria apenas um único ponto de intersecção (vide a Figura 18).

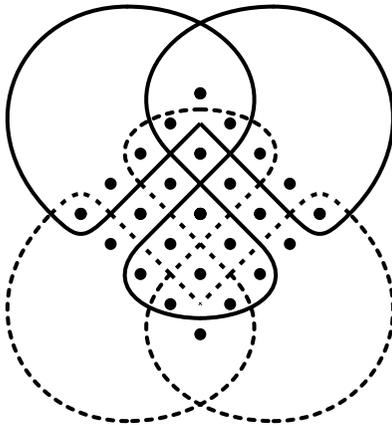
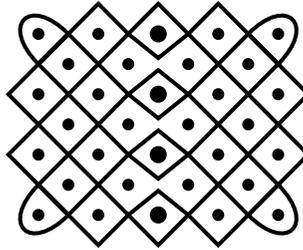


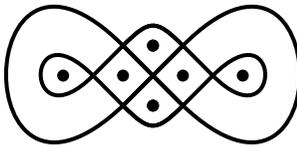
Figura 18

A Figura 19 mostra um *lusona* que representa um cemitério. O padrão apresenta dois eixos de simetria perpendiculares entre si. Por outro lado, o motivo não é monolinear, mas sim 4-linear. Do seu desenhador Mwata Casongo foram recolhidos apenas três *sona*

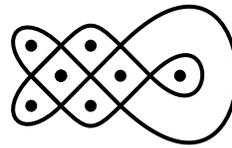
(Fontinha, 1983, p. 301). Todos os três têm uma simetria axial (vide o padrão na Figura 20a), mas nenhum é monolinear. Casongo (ou o seu subgrupo cultural) preferia talvez padrões com simetria axial, em particular aqueles com dois eixos de simetria, mais do que motivos monolineres. Pode ser que os seus desenhos constituam adaptações de padrões monolineres.



4-linear
[Fontinha, p. 199]
Figura 19



[Fontinha, p. 185]
a



[Centner, p. 221]
b

Figura 20

Bastante parecido com a representação de um cemitério, o padrão na Figura 21 é monolinear, mas tem apenas um único eixo de simetria. Por seu turno, no caso do outro padrão de simetria dupla (Figura 20a), pode tratar-se de uma adaptação do motivo apresentado na Figura 20b, recolhido por Centner em Katenga (Congo / Zaire) (Cf. Ascher, 1988, p. 82, Figura 4b). Ou vice versa, a Figura 20b uma adaptação da Figura 20a, dando preferência à monolineridade, perdendo um eixo de simetria.

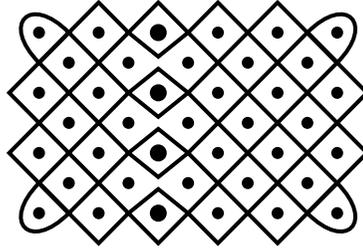
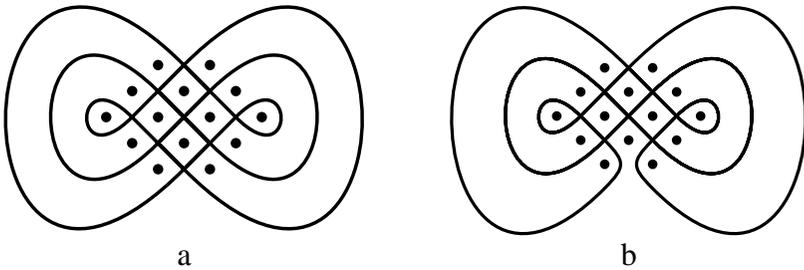


Figura 21

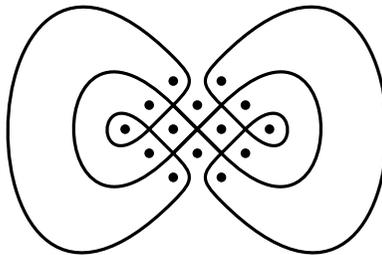
Mata da doninha

Ambos os padrões ngangela mostrados na Figura 22 representam um local onde se dança (Pearson, 1977, p. 113). O primeiro é 3-linear, enquanto que o segundo, obtido a partir do primeiro, eliminando um cruzamento de duas linhas distintas, é 2-linear. Ao diminuir o número de linhas, perdeu-se um eixo de simetria. Se se eliminasse mais um cruzamento e assim se restabelecesse a dupla simetria (vide a Figura 23), isto não levaria a um padrão monolinear porque seria o afastamento de um cruzamento de dois trechos da mesma linha.

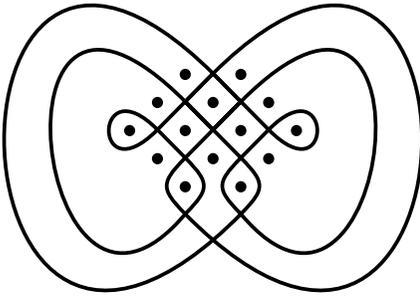


[Pearson, p. 113]

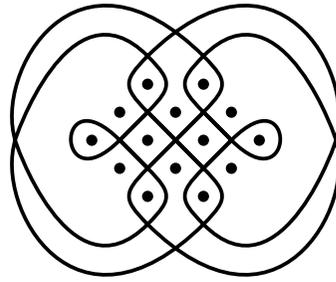
Figura 22



3-linear
Figura 23

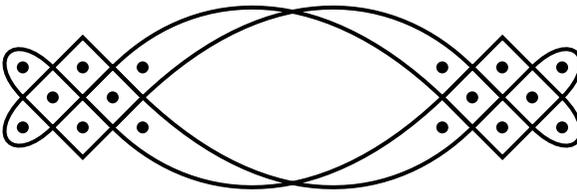


monolinear
[Pearson, p. 156]
Figura 24



monolinear
Figura 25

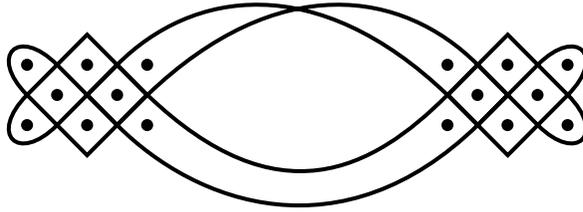
Um desenhador entre os Ngangela encontrou, no entanto, investigando, uma variante monolinear com um eixo vertical de simetria (vide a Figura 24). Este *lusona* representa *lihumba lia kankondo*, quer dizer, a mata da doninha (Pearson, 1977, p. 156). Seguindo esta ideia e aplicando do lado superior a mesma transformação que a do especialista ngangela, pode-se encontrar uma outra alternativa monolinear, desta vez com uma simetria dupla (vide a Figura 25). Agora, contudo, perdeu-se o paralelismo dos arcos externos: eles cruzam-se.



[Fontinha, p. 277]
Figura 26

Ilhota

O *lusona* tungu (vide a Figura 26) representa uma ilhota (Fontinha, 1983, p. 278). Tem uma simetria dupla e é composto por duas linhas. Quando se altera a figura para ser monolinear (vide a Figura 27), o padrão perde uma das simetrias axiais.

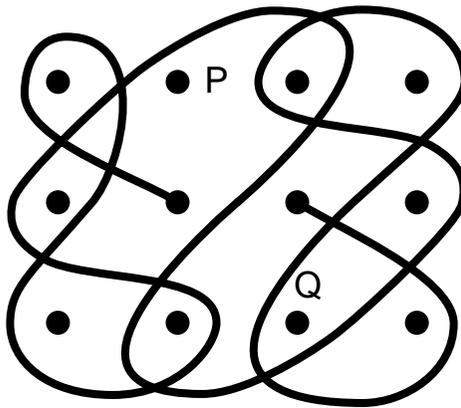


monolinear
Figura 27

3.5 Simetria e assimetria

Vista doente

Ao *lusona* apresentado na Figura 28 falta claramente uma simetria de rotação de 180° . O segundo ponto da primeira linha (P) não é 'abraçado' pela curva, enquanto que o terceiro ponto da terceira linha (Q), o oponente simétrico de P sob uma rotação sobre um ângulo raso, é 'abraçado'. Ao eliminar a assimetria, obtemos o padrão de uma linha aberta na Figura 29a ou o motivo de linha fechada na Figura 29b. Um destes padrões constitui muito provavelmente o motivo original.



[Fontinha, p. 245]
Figura 28

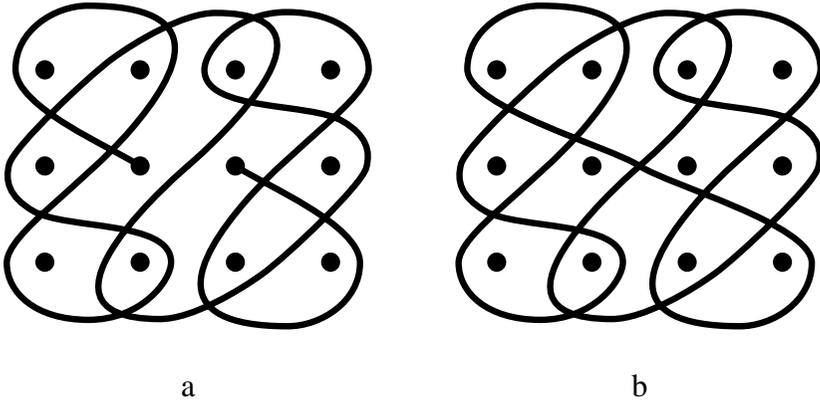
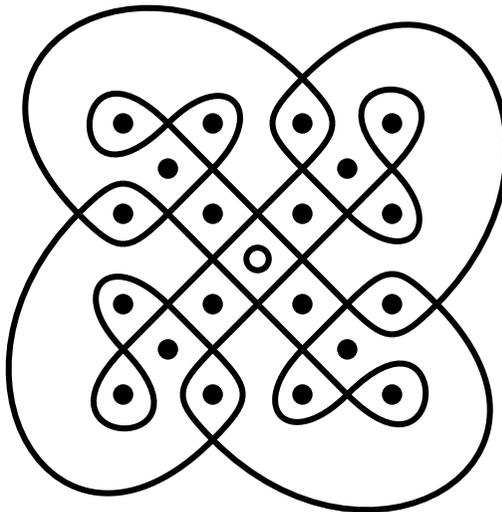


Figura 29

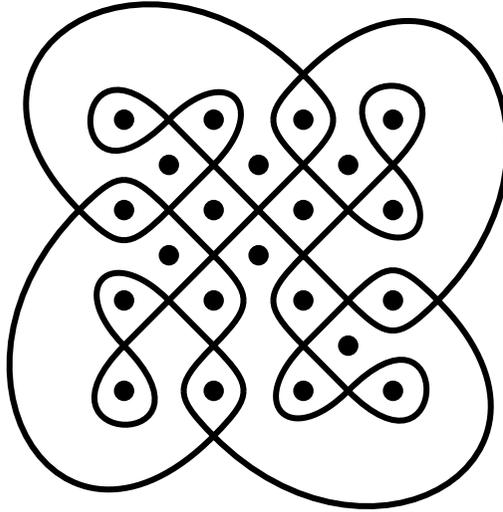
Neste caso, o aspecto de assimetria provavelmente não se deve a um erro. Em todos os outros doze padrões recolhidos do desenhador Samesa não há nem um único erro. Suponho que a simetria do padrão original aqui reconstruído tenha sido conscientemente alterada para poder exprimir a ideia a ser transmitida, uma vez que este *lusona* alude ao dito *cokwe riso riafwa tulo mwar*, ou seja, “vista doente não impede de dormir” (Fontinha, 1983, p. 246). A assimetria reflecte a vista doente.



monolinear
[Pearson, p. 144; Fontinha, p. 183]
Figura 30

Mina de sal-gema

O *lusona* ilustrado na Figura 30 foi executado pelo desenhador cokwe de nome Muapulai e é alusivo a uma planta, donde se extrai um veneno, que é misturado em alimentos ou esfregado nas armas (Fontinha, 1983, p. 184). O desenho é monolinear e apresenta uma simetria rotacional de 90°. Para os Ngangela, o mesmo padrão representa *chihundi*, ou seja, uma cadeira esculpida, feita de um único bloco de madeira.



monolinear
[Dos Santos, p. 87]
Figura 31



Introdução dum corte vertical
Figura 32

Dos Santos recolheu a Figura 31, muito parecida com o *lusona* anterior. Suponho que a Figura 31 tenha sido – conscientemente – construída a partir da Figura 30, introduzindo um corte vertical (vide a Figura 32) entre o segundo e terceiro pontos da terceira fila (contada

de cima) de pontos primários da grelha de referência. Com este corte, a figura perdeu a sua simetria rotacional. Por sorte, manteve-se monolinear, oferecendo aos *akwa kuta sona* a possibilidade de lhe associar a seguinte fábula (vide a Figura 33):

Sambálu, o senhor coelho (posicionado no ponto *b*), descobriu *nzôngua riá môngua*, uma mina de sal-gema (no ponto *a*). Imediatamente, o leão (no ponto *c*), a *tchisenga* (onça, no ponto *d*) e a *tchimbúngu* (hiena, no ponto *e*) vieram exigir a sua posse e afirmar o seu direito de mais fortes. Então o coelho teve a ideia que logo realizou: fazer uma vedação e isolar a mina de todos os usurpadores. Afirma a fábula o direito eterno e inviolável dos mais fracos (Dos Santos, 1961, p. 87).

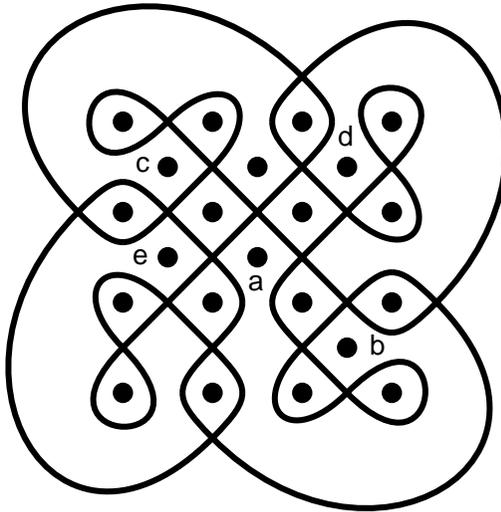


Figura 33

De facto, só do ponto *b* se pode ir ao ponto *a*, sem ultrapassar a linha que representa a vedação. A localização da hiena, relatada por Dos Santos, e a falta do primeiro ponto na terceira fila de pontos secundários parecem-me um pouco estranho. A alternativa teria sido a apresentada na Figura 34, onde os quatro animais se encontram simetricamente posicionados em relação à mina de sal-gema.

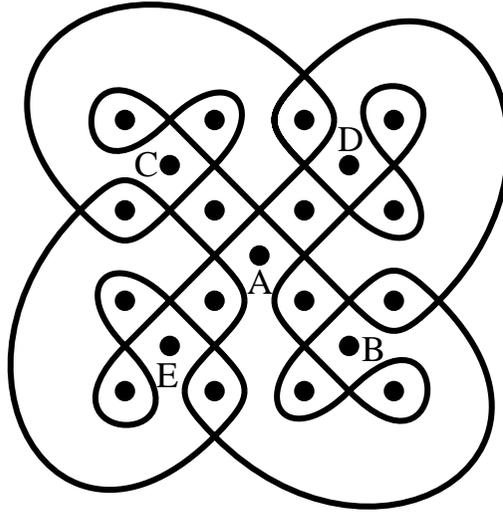


Figura 34

Hoje é difícil saber se um dos *akwa kuta sona* descobriu primeiramente a Figura 31 a partir da Figura 30 e depois ele ou um colega viu a possibilidade de lhe associar a referida fábula, ou talvez, alternativamente, se um dos mestres de desenho conhecia a Figura 30, e tentava adaptá-la para poder exprimir a fábula, tendo reparado na posição simétrica dos pontos *B*, *C*, *D* e *E* (vide de novo a Figura 34) em relação ao ponto central.

No capítulo seguinte avançar-se-á com a análise de algumas classes de *sona*.

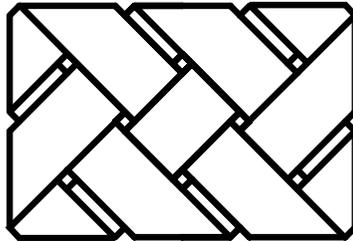
Capítulo 4

Classes e algoritmos

Podemos classificar os *sona* em concordância com as suas dimensões e métodos de construção. A classe maior é a dos padrões-de-esteira-entrecruzada.

4.1 *Padrões-de-esteira-entrecruzada*

A um desenho chama-se padrão-de-esteira-entrecruzada quando as linhas pelas quais é composto correspondem às tiras duma esteira entrecruzada, fazendo ângulos de 45° com a borda (vide o exemplo na Figura 35).



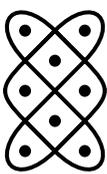
Uma pequena esteira entrecruzada
Figura 35

Para facilitar a análise posterior, proponho dividir os padrões-de-esteira-entrecruzada do seguinte modo, em quatro subclasses:

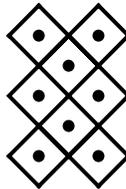
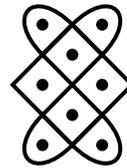
classe	característica
A	$f_1=f_2+1$ e $c_1=c_2+1$
B	$f_1=f_2$ e $c_1=c_2+1$ ou $f_1=f_2+1$ e $c_1=c_2$
C	$f_1=f_2$ e $c_1=c_2$
D	$f_1=f_2-1$ e $c_1=c_2+1$ ou $f_1=f_2+1$ e $c_1=c_2-1$

onde f_1 e c_1 indicam o número de filas e de colunas principais dos pontos de rede e f_2 e c_2 o número de filas e colunas acrescentadas. A $f_1 \times c_1$ chamamos as *dimensões* de uma grelha ou rede-de-pontos-de-referência e do padrão-de-esteira-entrecruzada correspondente.

Um padrão-de-esteira-entrecruzada pode ser curvilíneo, retilíneo ou misto, como ilustra a Figura 36 no caso de o padrão ser da classe A e de dimensões de 3×2 .



curvilíneo

retilíneo
Figura 36

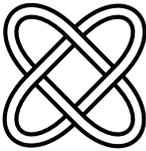
misto

Classe A

Numa gravura rupestre recolhida por Redinha na região do Alto-Zambeze em Angola oriental (cf. Gutierrez, 1996, p. 244) aparece um padrão-de-esteira-entrecruzada da classe A de dimensões 2×2 (Vide a Figura 37).

Em 1687, o manuscrito do padre italiano Giovanni António Cavazzi (1621-1678), que tinha trabalhado numa missão Capuchina no que é hoje o norte de Angola, foi publicado sob o título *Descrição histórica de três reinos – Congo, Matamba e Angola* (cf. Bassani, 1987). O trabalho é ilustrado com 33 aguarelas. Em algumas delas,

reproduzidas parcialmente como desenhos a preto e branco em Heintze (1989, p.26, 35) aparece o padrão-de-esteira-entrecruzada da classe A de dimensões de 2x3, inclusive os pontos da rede de referência, como no lenço azul ilustrada na Figura 38.



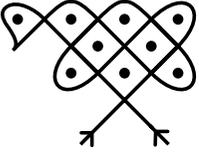
[Redinha, 1948, p. 74]
Figura 37



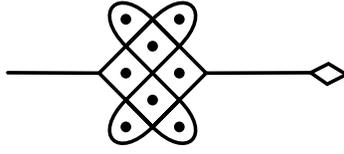
[Reproduzido de Heintze, p. 35]
Figura 38

De todos os desenhos na areia do tipo de esteira-entrecruzada, os da classe A são os mais frequentemente encontrados e em muitas variações.

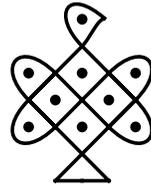
Na Figura 39 apresentam-se exemplos de *sona* baseados em padrões-de-esteira-entrecruzada da classe A de dimensões de 3x2 ou 2x3 respectivamente. Referem-se a: (a) uma ave; (b) *thsilengo muli*, uma cobra atravessada num tronco; (c) uma ave *mbemba*; (d) um insecto *misepi*; (e) *tuta*, uma espécie de rato; (f) *sapu ya tumbunda*, um estojo duma curandeira; (g) *kala*, um caranguejo do rio; (h) *mufu wrya mwango*, um morto no esquife; (i) *hamba tshisongu*, “representação duma forquilha-ídolo, que os Quiocos geralmente colocam nas encruzilhadas dos caminhos para afastar determinados perigos” (Fontinha, p.272); (j) *tshisanu tsha mwanje*, maço para bater fibras vegetais; (k) *kantiatia*, uma espécie de pássaro pequeno; (l) *vusamba*, amizade; (m) *mbau*, um búfalo; (n) *puó nhi lunga*, homem e mulher; (o) *tshingunzo*, morcego com asas abertas.



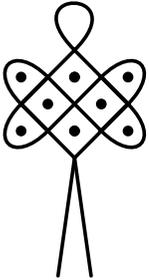
[Fontinha, p.135]
a



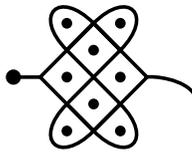
[Fontinha, p.163]
b



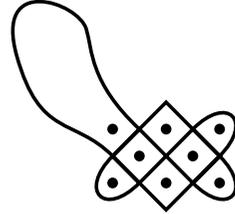
[Fontinha, p.171]
c



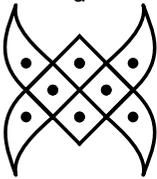
[Fontinha, p.185]
d



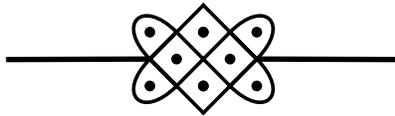
[Fontinha, p.193]
e



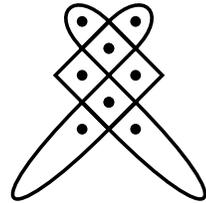
[Fontinha, p.199]
f



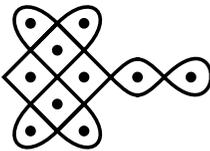
[Fontinha, p.213]
g



[Fontinha, p.263]
h



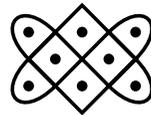
[Fontinha, p.271]
i



[Fontinha, p.281]
j

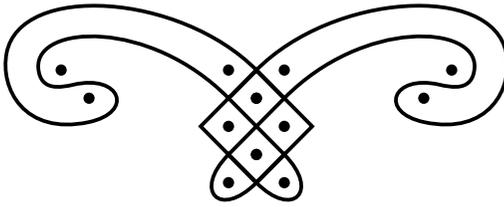


[Pearson, p.160]
k



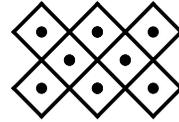
[Pearson, p.157]
l

Figura 39 (Primeira parte)



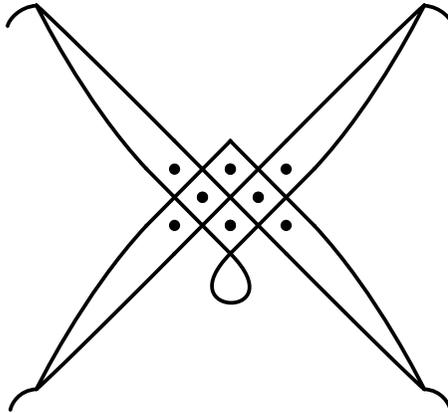
[Hamelberger, p.324; Dos Santos, p.22;
cf. Baumann, 1935, p.222]

m



[Dos Santos, p.79]

n



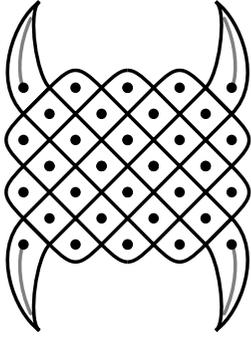
[Fontinha, p.211]

o

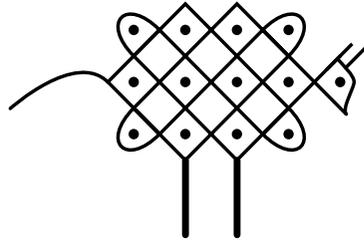
Figura 39 (Conclusão)

Outros exemplos de *sona* construídos a partir de padrões-de-esteira-entrecruzada da classe A são dados na Figura 40. Representam: (a) *mbau*, a cabeça de um búfalo (dimensões de 4x5); (b) *mbinda*, um antílope (3x4); (c) *chihilo*, um cemitério (8x7). Tal como na figura anterior, são exemplos em que as dimensões são as de dois números naturais consecutivos e todos estes *sona* são monolineares (sem contar os pequenos segmentos auxiliares acrescentados em alguns casos, como patas e caudas).

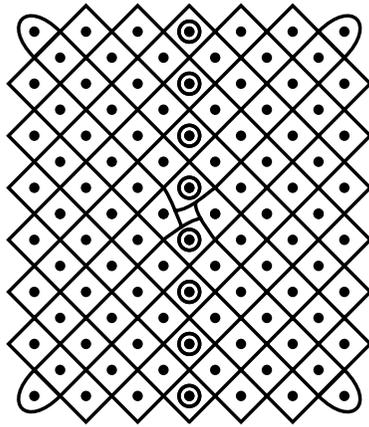
Na Figura 41 ilustram-se mais dois *sona* monolineares baseados em padrões-de-esteira-entrecruzada da classe A. Representam: (a) *kukulo*, uma espécie de rato (dimensões de 2x5) e (b) *tshihatu*, a pele de um lagarto terrestre (5x3).



a [Fontinha, p. 185]

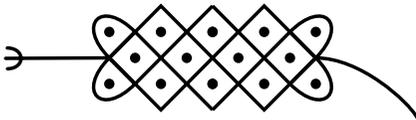


b [Fontinha, p. 187]

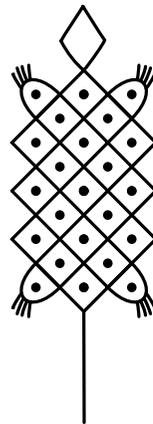


c [Pearson, p. 38]

Figura 40



a [Fontinha, p. 163]

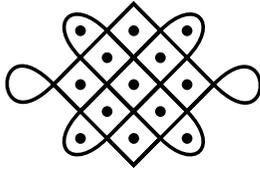


b [Fontinha, p. 199]

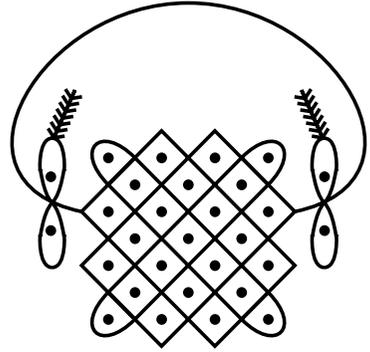
Figura 41



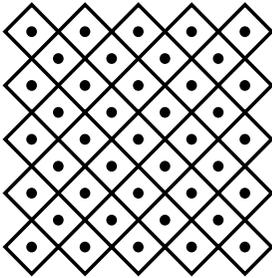
[Dos Santos, p.60]
a



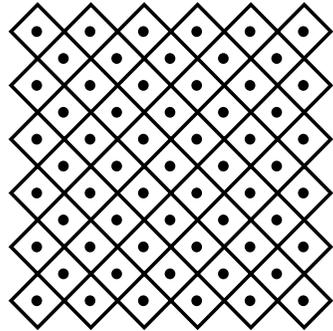
[Pearson, p.98]
b



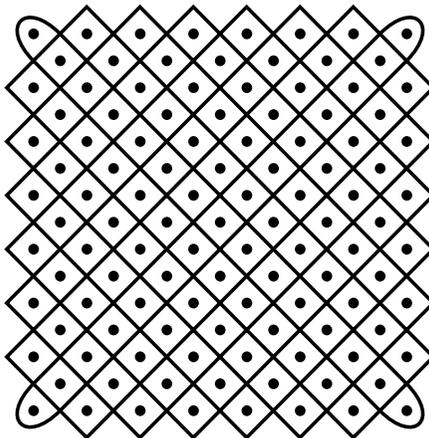
[Fontinha, p.261]
c



[Dos Santos, p.107]
d



[Dos Santos, p.115]
e



[Dos Santos, p.38]
f

Figura 42

Na Figura 42 apresentam-se *sona* construídos a partir de padrões-de-esteira-entrecruzada n -lineares, pertencentes à classe A com dimensões de $n \times n$. São alusivos a (a) *tcásua tsha kanjiri*, o ninho do pássaro *kanjiri* (2×2); (b) *likisi*, dançarino (3×3); (c) *tshikanza tsha mukanda*, o estojo do circuncisador (4×4); (d) *malunga aie mu upínji*, os homens que foram apanhar escravos (5×5); (e) *munda uá katápi*, lavra de amendoim (6×6); (f) *lúfu uá njamba*, estômago do elefante (8×8).

Dos 101 *sona* recolhidos por Dos Santos, Hamelberger e Fontinha que correspondem a padrões-de-esteira-entrecruzada da classe A, 26 são do tipo $n \times n$ e 41 são do género $n \times (n+1)$ ou $(n+1) \times n$. Estas frequências levam-me a supor que os *akwa kuta sona* sabiam, na base da sua experiência, que, por um lado, padrões da classe A, de dimensões de $n \times n$ são sempre n -lineares e os de dimensões de $n \times (n+1)$ ou $(n+1) \times n$ são sempre monolineares (onde n representa um número natural qualquer).

Classe B

Na Figura 44 apresentam-se (pormenores de) *sona* baseados no padrão-de-esteira-entrecruzada da classe B com $f_1 = f_2 = 1$, $c_1 = 2$ e $c_2 = 1$ (vide a Figura 43). Representam: (a) (pormenor dum *lusona* maior); (b) *kamina tongo*, fruto do *mitongo*; (c) (pormenor); (d) *tchikanza tchá mukanda*, bolsa de circuncisão; (e) *kambimbe*, borboleta.

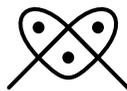
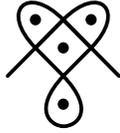


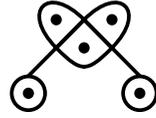
Figura 43

Na Figura 45a apresenta-se um *lusona* baseado no padrão-de-esteira-entrecruzada da classe B com $f_1 = f_2 = 2$, $c_1 = 3$ e $c_2 = 2$ (vide a Figura 45b). Representa *ndemba kasúmbi*, um galo.



[Fontinha, p.137, 147; Pearson, p.112]

a



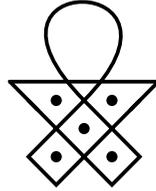
[Fontinha, p.193]

b



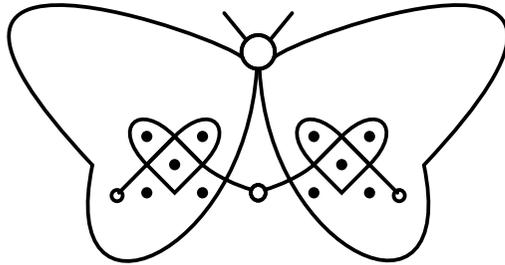
[Fontinha, p.259]

c



[Dos Santos, p.99]

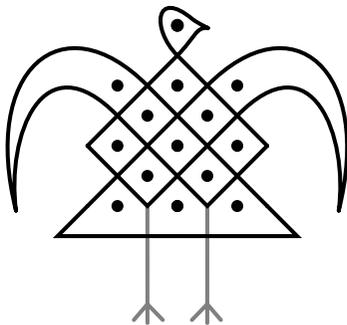
d



[Fontinha, p.291]

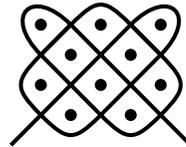
e

Figura 44



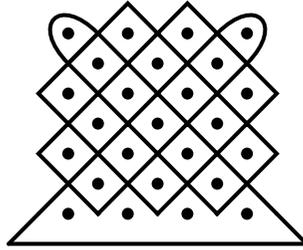
[Dos Santos, p. 52]

a



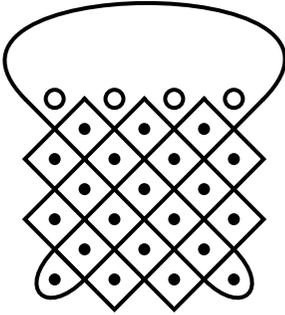
b

Figura 45



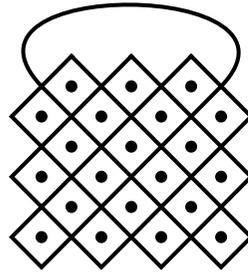
[Pearson, p. 87]

a



[Fontinha, p. 277]

b



[Dos Santos, p. 106]

c

Figura 46

Na Figura 46 apresentam-se *sona* baseados no padrão-de-esteira-entrecruzada da classe B com $f_1 = f_2 = 3$, $c_1 = 4$ e $c_2 = 3$ (vide a Figura 47). São alusivos a: (a) medicamentos; (b) *tanga rya ngombe*, curral de bois com quatro casas de pastores; e (c) *sápa iá mapínji*, bolsa de escravos.

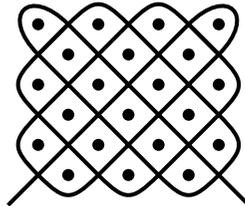
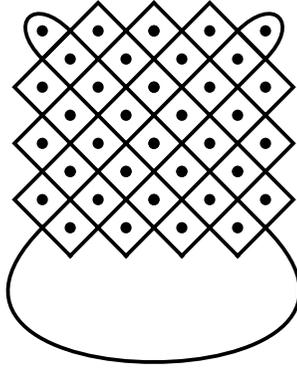
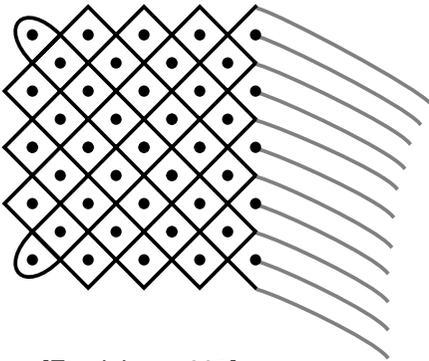


Figura 47



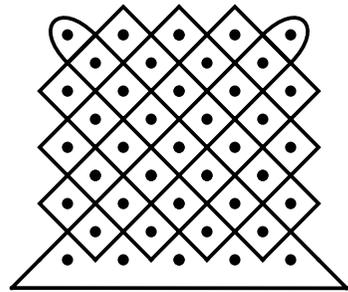
[Fontinha, p.221]

a



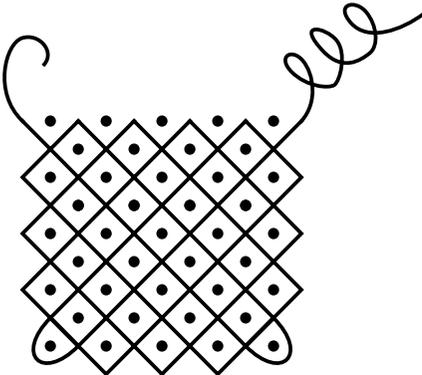
[Fontinha, p.285]

b



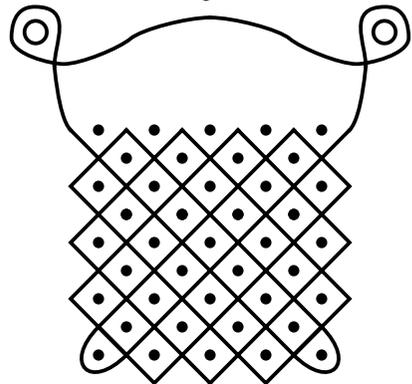
[Pearson, p.85]

c



[Dos Santos, p.108]

d



[Fontinha, p.261]

e

Figura 48

Na Figura 48 apresentam-se *sona* baseados no padrão-de-esteira-entrecruzada da classe B com $f_1 = f_2 = 4$, $c_1 = 5$ e $c_2 = 4$ (vide a Figura

49). Ilustram: (a) *lungua wa seji*, armadilha para seji; (b) *lelwa rya nvula*, nuvens descarregando chuva; (c) *mutungu ua chimbanda*, medicamentos do médico; (d) *kajana*, palmeira e (e) *tshikanza tsha mukanda*, estojo de circuncisão.

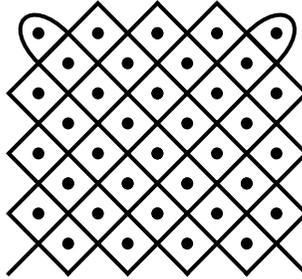
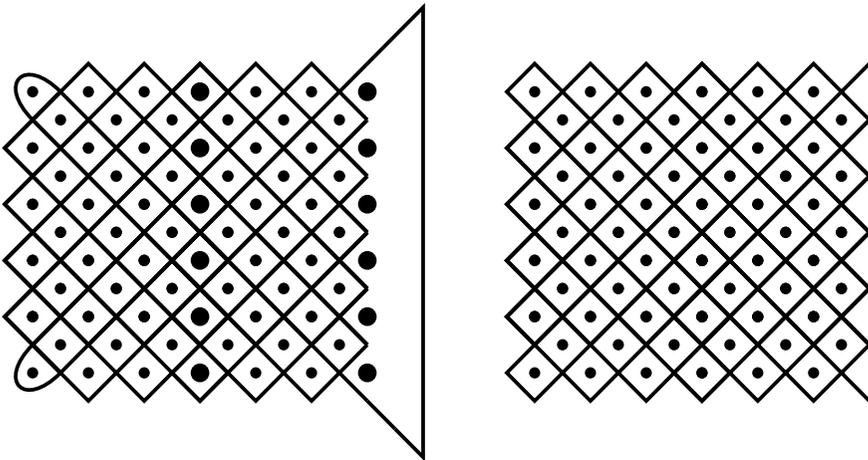


Figura 49

Na Figura 50a apresenta-se um *lusona* baseado no padrão-de-esteira-entrecruzada da classe B com $c_1 = c_2 = 6$, $f_1 = 6$ e $f_2 = 5$ (vide a Figura 50b). Ilustra um cemitério.



[Fontinha, p. 265]

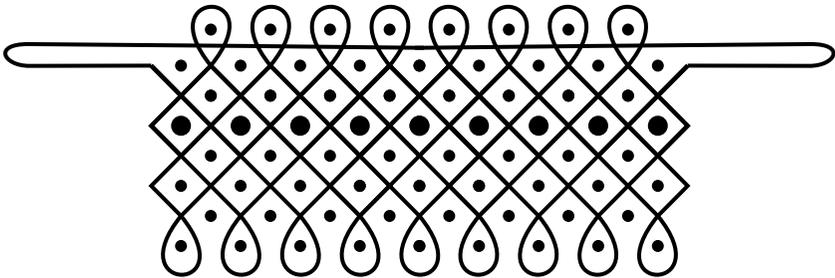
a

b

Figura 50

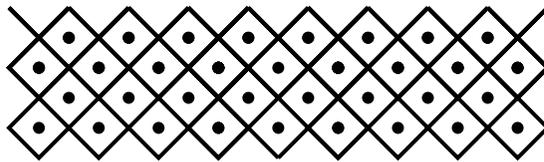
Todos estes *sona* pertencentes à classe B são monolineares e correspondem a redes-de-pontos-de-referência quadradas das quais se retirou a primeira fila, a última fila, a primeira coluna ou a última coluna. Esta situação leva-me a supor que pelo menos alguns *akwa kuta sona* sabiam que estes padrões eram monolineares quando as redes são obtidas da maneira mencionada a partir de redes-de-pontos-de-referência quadradas, ou seja, quando $f_1 = f_2 = c_1 - 1 = c_2$ ou quando $f_1 - 1 = f_2 = c_1 = c_2$.

O único outro *lusona*, cujo padrão de base (vide a Figura 51b) pertence igualmente à classe B e que não tinha sido obtido a partir de uma rede quadrada, mostra-se na Figura 51a: $f_1 = f_2 = 2$, $c_1 = 9$ e $c_2 = 8$.



[Fontinha, p. 555]

a



b

Figura 51

Classes C e D

Sona baseados em padrões-de-esteira-entrecruzada das classes C e D são relativamente raros. A Figura 52b mostra um desenho na areia, cujo provável padrão de base (vide a Figura 52a) pertence à classe D. Na Figura 53 apresenta-se o *lusona* 2-linear denominado *tchikáchi*

tchá útchi, ou seja, referente a uma vasilha de favos de mel. O padrão de base pertence à classe D: $f_1 = 4$, $f_2 = 5$, $c_1 = 6$ e $c_2 = 5$.

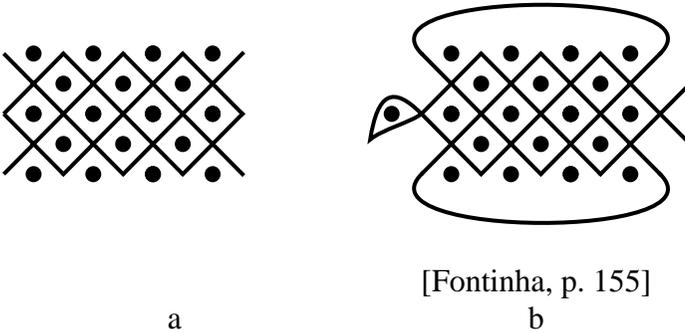
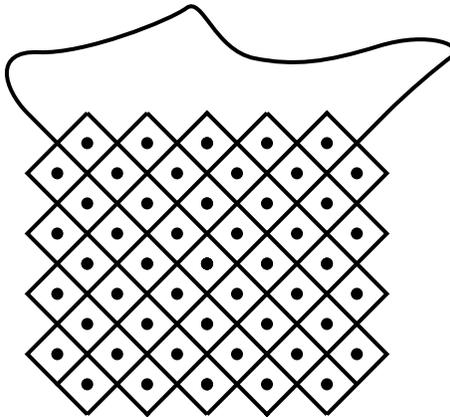


Figura 52



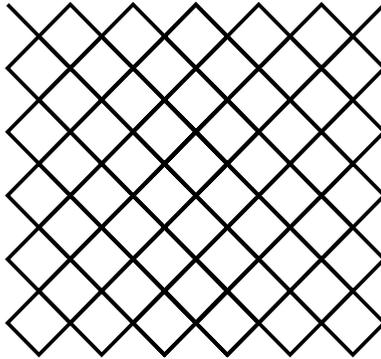
[Dos Santos, p. 113]
Figura 53

Excursão: Padrões-de-esteira-entrecruzada no seio dos Bushongo (Bakuba)

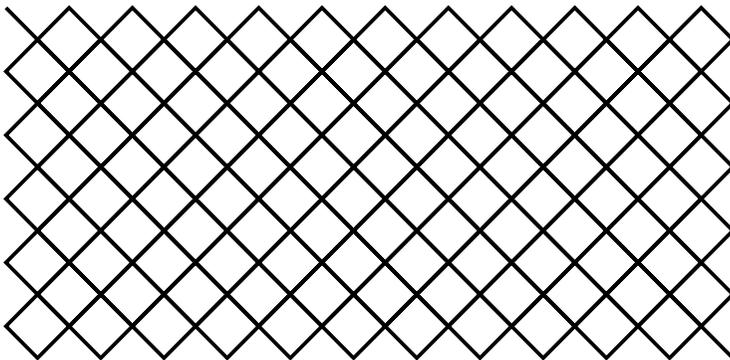
Num dos seus livros sobre os Bushongo da região do rio Congo, o etnógrafo húngaro Torday descreve uma lição que aprendeu, no início do século, com as crianças:

“Amiúde vi pequenas crianças sentadas num círculo a brincar com areia, e num dia destes, num momento de

lazer, fui ter com elas e perguntei o que estavam a fazer. Porque alguns dos meus amigos mais íntimos se encontravam entre elas, fui convidado a sentar-me... As crianças estavam a desenhar e imediatamente pediram-me para executar certas tarefas impossíveis; grande foi a alegria delas ao ver que o homem branco não conseguiu realizá-las. “Desenhe este padrão (vide a Figura 54) sem levantar o dedo” (e “sem repetir nenhum trecho” *Nota do autor*)! E este também (vide a Figura 55)! Finalmente mostraram-me como o fazer...” (Torday, 1925, p.213, 214).

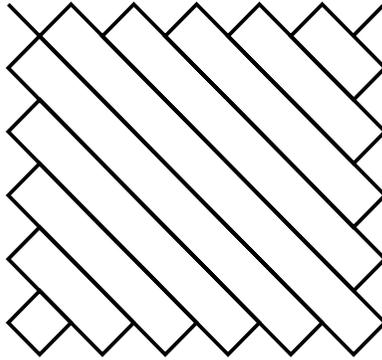


[Torday & Joyce, p. 198]
Figura 54

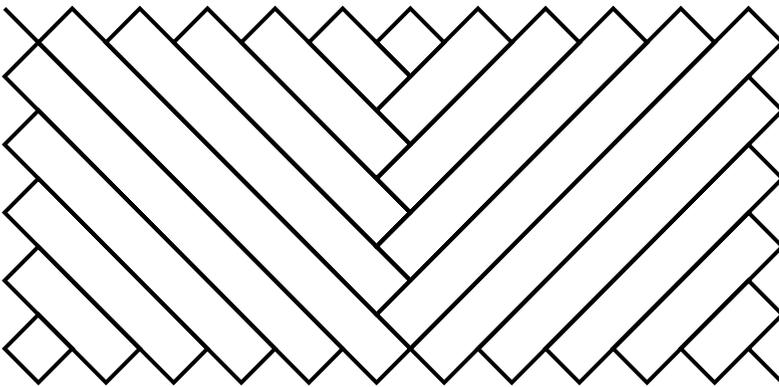


[Torday & Joyce, p. 198]
Figura 55

O primeiro padrão (Figura 54) pertence à nossa classe B ($f_1 = f_2 = 5$; $c_1 = 6$ e $c_2 = 5$) e o segundo (Figura 55) à classe C ($f_1 = f_2 = 5$; $c_1 = c_2 = 11$). Quando se desenham estes padrões rapidamente em areia fina, somente ficam visíveis aqueles segmentos que foram os últimos, em cada lugar, a terem sido traçados, conforme ilustram as Figuras 56 e 57 (Torday & Joyce, 1911, p.198).

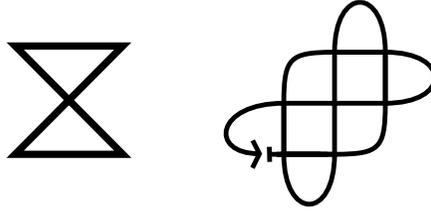


[Torday & Joyce, p. 198]
Figura 56



[Torday & Joyce, p. 198]
Figura 57

As Figuras 58a e b mostram outros desenhos, chamados *imbolo* (nós), feitos por crianças na areia (Torday & Joyce, 1911, p.198). O último desenho pertence à classe A. Padrões-de-esteira-entrecruzada aparecem também em tatuagens de mulheres e em ornamentos dos Bushongo (cf. Meurant, p. 156, 174: classe A: 2×3 , 2×5 , 2×11 , 3×3).

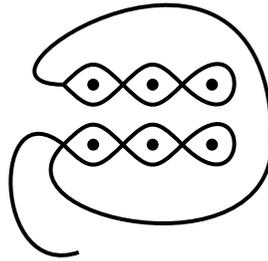


[Torday & Joyce, p. 198]
 Figura 58

4.2 Outras classes

Casal deitado

A Figura 60 é chamado *hathu ku muhela*, representando um casal deitado (Fontinha, 1983, p.146).



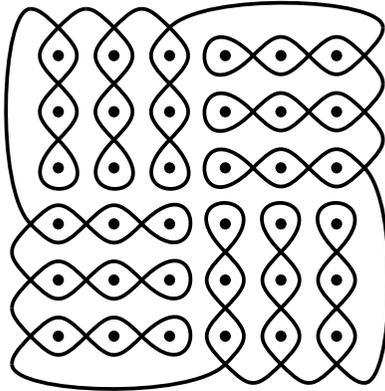
[Fontinha, p. 145]
 Figura 59

Constitui um exemplo de *sona* monolíneas construídos a partir de ziguezagues do tipo ida-e-volta, ilustrados na Figura 60. Podem passar ‘por cima – por baixo’ de dois ou mais pontos de uma fila ou de uma coluna da grelha de pontos de referência.

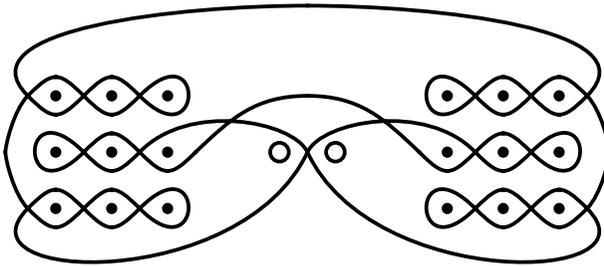


Figura 60

Nas Figuras 61 e 62 apresentam-se outros *sona* pertencentes à mesma classe. Os padrões na Figura 61 foram recolhidos no seio dos Ngangela. O primeiro *vandumba zia vantu* refere-se a homens-leões que, às escondidas, projectam as suas intrigas (Pearson, 1977, p. 74). O desenho foi construído da maneira sistemática a fim de garantir uma simetria rotacional quádrupla. O segundo *kambilinginja* é alusivo a uma pessoa que deita fora o que é mais delicioso e mais doce, quer dizer a aliança com os seus amigos; por outras palavras, refere-se a uma pessoa insociável (Pearson, 1977, p. 101).



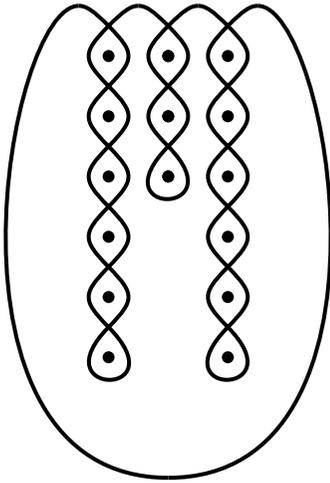
a [Pearson, p. 74]



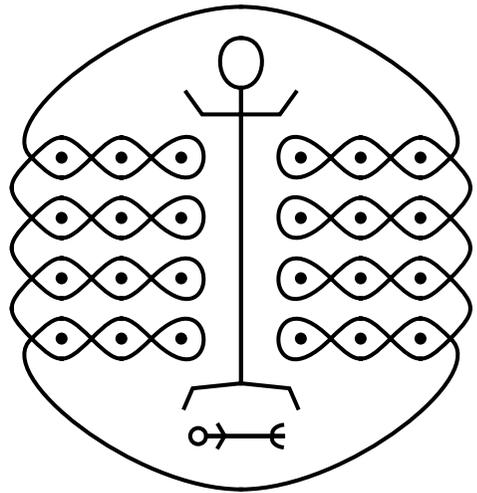
b [Pearson, p. 101]

Figura 61

Os *sona* na Figura 62 são dos Cokwe. A Figura 62a representa *mukunyi wa seji*, uma armadilha para *seji* (Fontinha, 1983, p. 164); a Figura 62b *kapanda sengo* diz respeito a dois senhores que viviam lado a lado com as suas mulheres, defendidos por um potente feitiço (Fontinha, p.220); o *lusona* 62c, chamado *Kalunga nyi sawabomba*, alude a uma lenda em que entra Deus e um dorminhoco (Fontinha, 1983, p. 270).



[Fontinha, p. 163]
a



[Fontinha, p. 269]
b



[Fontinha, p. 219]
c

Figura 62

Nas Figuras 63 e 64 apresentam-se alguns possíveis padrões pertencentes às mesmas subclasses que as Figuras 61a e 62b, respectivamente.

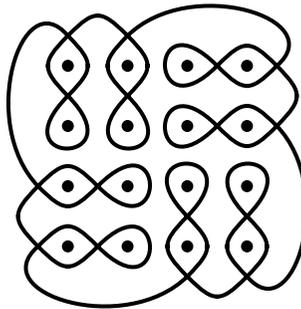


Figura 63

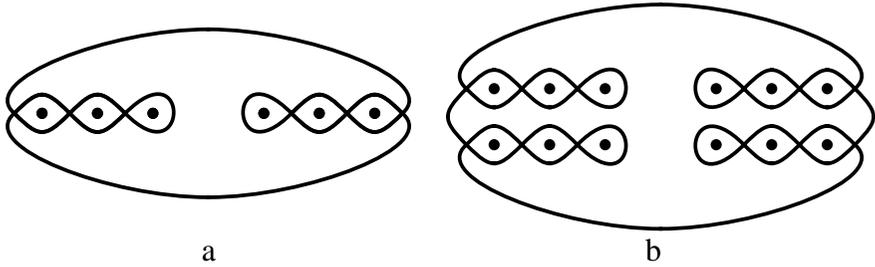
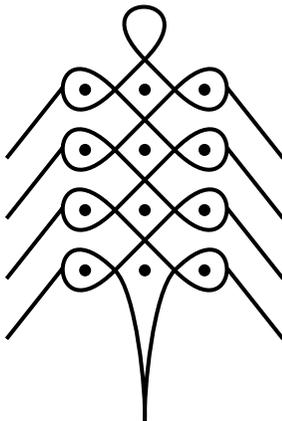


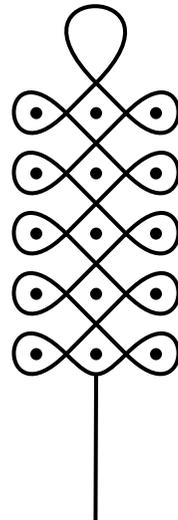
Figura 64

Porco-espinho

A Figura 65, chamada *tshisekele*, representa um porco-espinho, cuja carne é muito apreciada pelos habitantes da Lunda (Fontinha, p.196). O *lusona* é monolinear, não contando os espinhos acrescentados no fim da execução do desenho. A Figura 66 representa um *lukaka*, ou seja, um pangolim. O desenho é igualmente monolinear, se não se tomar em conta a cauda acrescentada no fim. Nas Figuras 67 até 73 apresentam-se outros *sona* construídos conforme o mesmo algoritmo.



[Hamelberger, p. 324; Dos Santos, p. 29; Fontinha, p. 195]
Figura 65



[Fontinha, p. 197]
Figura 66

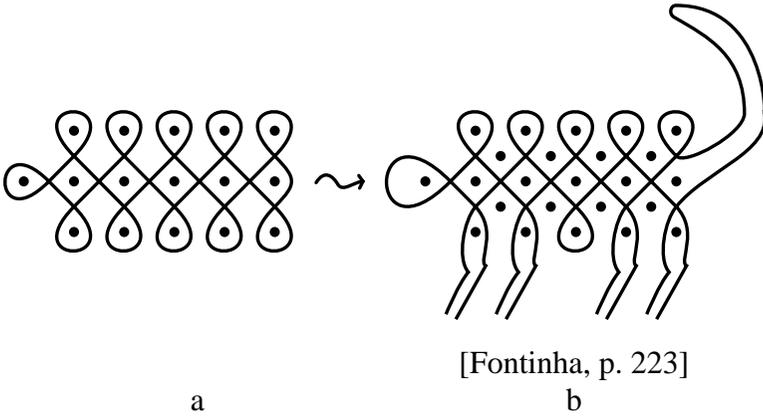


Figura 67

O *lusona* da Figura 67b representa *chimba*, uma espécie de gato bravo (Fontinha, 1983, p. 224). A Figura 68b alude a uma *musupi*, uma libélula (Fontinha, 1983, p. 156). O desenho na Figura 69b refere-se a uma historieta de um leão e uma ave: “Certo leão foi visitar uma ave *tshitokola*, levando-lhe carne seca. Este retribuiu a visita oferecendo ao leão *masenda*, uma espécie de lagartas” (Fontinha, 1983, p.166).

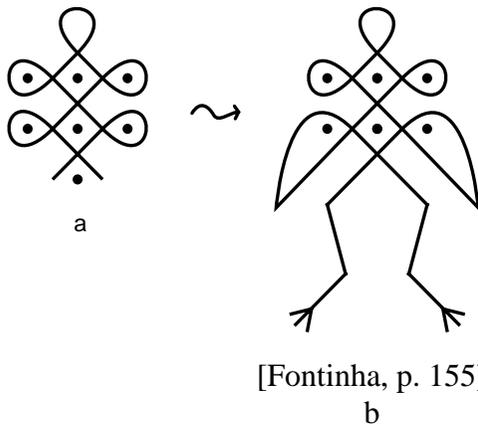


Figura 68

Um dos elementos mais pequenos da classe de *sona* considerada apresenta-se nas Figuras 70a e b. É chamado *tshingelyengelye* e constitui também uma tatuagem vulgar no seio dos Cokwe (Bastin, 1961, p.62).

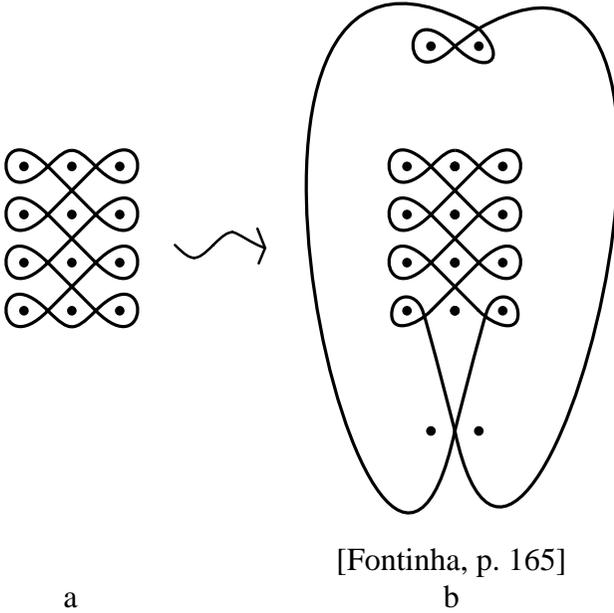


Figura 69

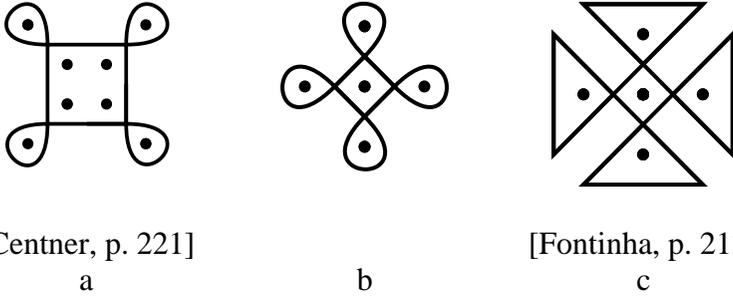
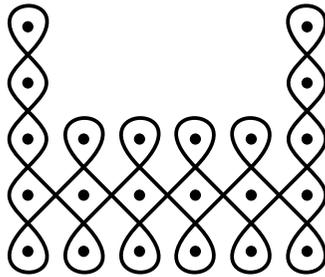


Figura 70



[Pearson, p. 126]
Figura 71

O desenho *likandzo* na Figura 71 representa a formação dos homens durante uma caçada. Os laterais conduzem os animais para dentro (Pearson, 1977, p. 126).

A Figura 72a *laswa ya tunjir* representa duas aves *tunjir* nos seus ninhos (Fontinho, 1983, p. 228).

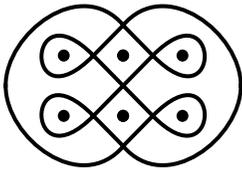


[Fontinha, p. 227]
a

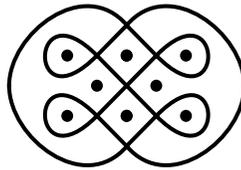


[Hamelberger, p. 324;
Dos Santos, p. 63]
b

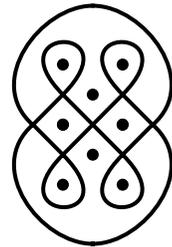
Figura 72



[Fontinha, p. 257]
a



[Hamelberger, p. 324;
Dos Santos, p. 25;
Pearson, p. 32]
b



[Centner, p. 218;
Kubik, 1987a, p.
480]
c

Figura 73

Hamelberger, Dos Santos e Fontinha recolheram a Figura 73 entre os Cokwe, representando *lwanu wa kai*, as patas de antílope. Pearson encontrou o mesmo desenho no seio dos Ngangela: *mukua-ku-tsa na kakeke*, o moribundo e o bebé, ilustrando o ciclo da vida (Pearson, p.32). A transformação da Figura 72 para a Figura 73 é interessante: mantém tanto a simetria bilateral dupla como a monolinearidade. Se o número de filas de pontos de referência for um outro número par, o mesmo fenómeno acontecerá. A Figura 74 mostra o caso de 4 filas. No caso de um número ímpar de filas o desenho torna-se 2-linear (vide o exemplo na Figura 75). Este desenho 2-linear é composto por duas

linhas do tipo do *lusona* apresentado na Figura 76: rotação sobre um ângulo recto e adaptação da rede de pontos de referência. Este *lusona tshinguzo* esquematiza um morcego com asas recolhidas (Fontinha, p.212). Quando se gira a Figura 73 sobre um ângulo de 90° obtém-se um *lusona* recolhido entre os Luchazi, chamado *liswa lya vandzili*, ou seja, referindo-se a um ninho das aves *vandzili* (Kubik, 1987a, p.480; 1987b, p.77; 1988, p.105), significado este similar ao das Figuras 72a e b.

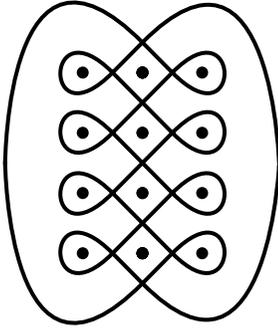


Figura 74

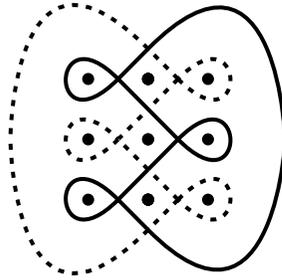


Figura 75

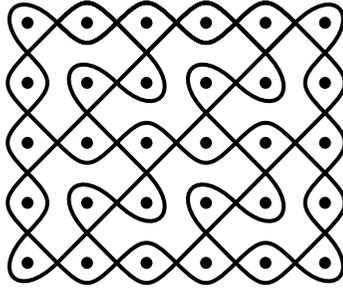


[Fontinha, p. 211]

Figura 76

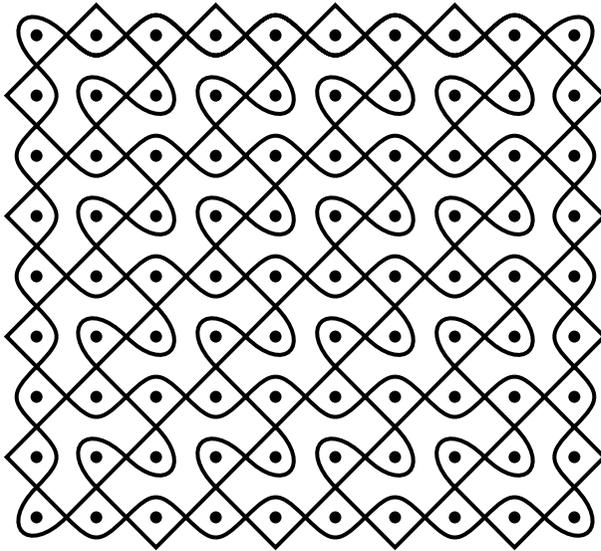
Galinha em fuga

Ambos os *sona* reproduzidos nas Figuras 77a e b, chamados *kasúmbi uá mbamba*, representam o trajecto descrito por uma galinha selvagem quando perseguida (Dos Santos, 1961, p.48). As dimensões são de 5×6 e 9×10 . Os *akwa kuta sona* souberam provavelmente que o algoritmo correspondente leva a um padrão monolinear quando as dimensões da rede de pontos são iguais a dois números consecutivos, sendo o primeiro um número ímpar, maior ou igual a 3. A Figura 78 mostra as versões de dimensões de 3×4 e 7×8 , respectivamente. A construção da extensão 9×10 e a versão 13×14 apresentam-se nas Figuras 79 e 80.



[Hamelberger, p. 327; Dos Santos, p. 48]

a

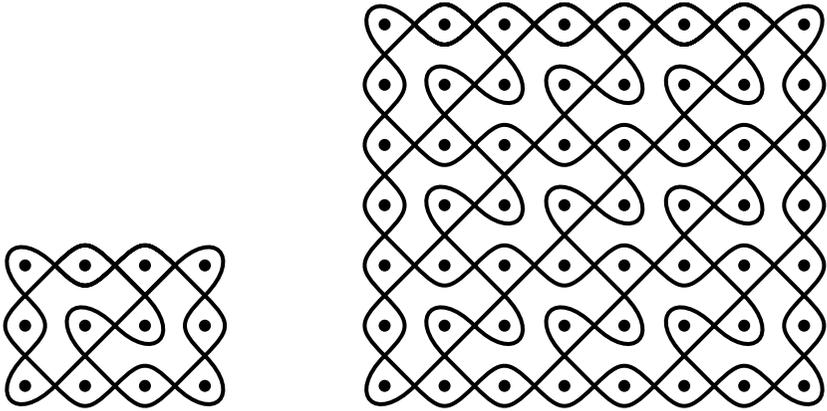


[Dos Santos, p. 49]

b

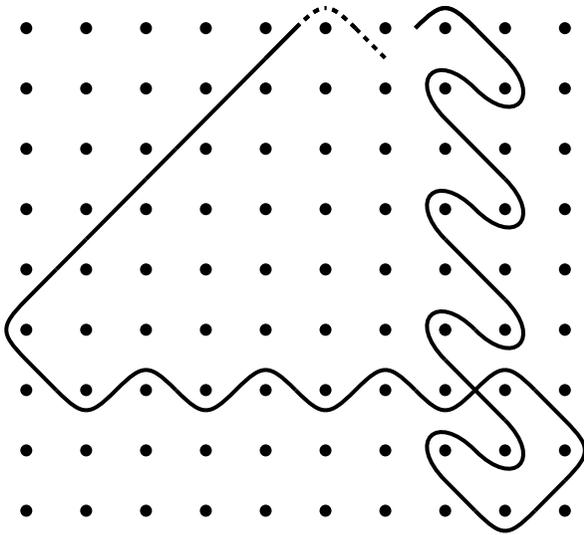
Figura 77

Pearson recolheu entre os Ngangela um *lusona* monolinear que satisfaz o mesmo algoritmo geométrico, mas cujas dimensões não são números consecutivos. Tem as dimensões de 3x8 (vide a Figura 81). É chamado *muti ua ngonge*, ou seja, árvore do *ngonge*. O *ngonge* é um insecto que se alimenta na casca interior das árvores. O desenho mostra o percurso do insecto quando come lentamente o seu caminho em torno da árvore, interceptando a corrente da seiva. Com o andar do tempo, o insecto destrói a árvore (Pearson, p.162).



Dimensões 3x4 e 7x8

Figura 78

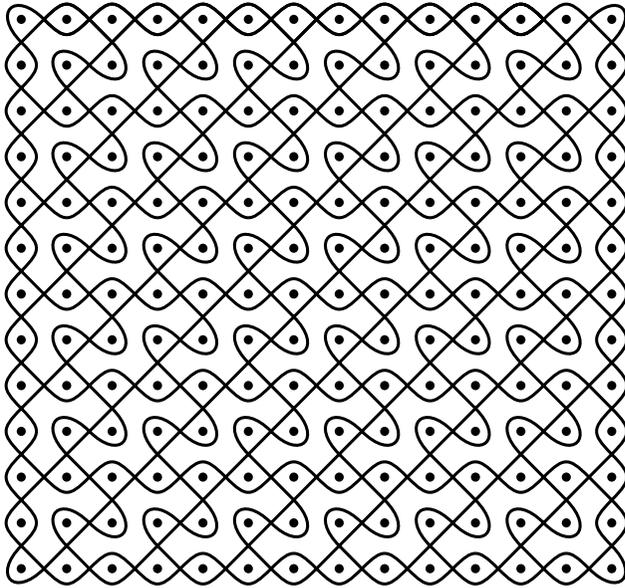


Algoritmo geométrico

Figura 79

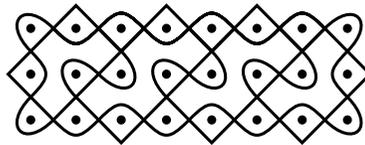
A Figura 82 mostra dois *sona* parecidos. O primeiro, chamado *tshinjinda tsha ndundo*, refere-se ao dito cokwe “trepadeira é lenha dos velhos” (Fontinha, 1983, p. 288) e é 2-linear. O segundo é igualmente composto por duas linhas. Pode ser que os desenhadores se enganassem e não conhecessem bem o algoritmo. Em contrapartida, pode ser também que as Figuras 77a e 78b fossem conhecidas, mas que os desenhadores as alterassem para ilustrar uma outra ideia. Uma vez que os dois *sona* não satisfazem o mesmo algoritmo, torna-se mais

difícil memoralizá-los do que no caso de uma mera aplicação do algoritmo.



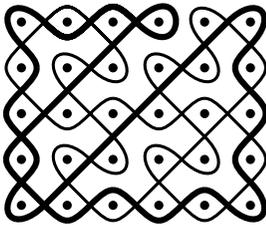
Dimensões 13x14

Figura 80

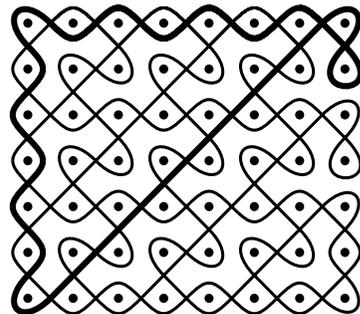


[Pearson, p. 162]

Figura 81



a [Fontinha, p. 287]



b [Fontinha, p. 289]

Figura 82

Fogo

O *lusona* de nome *kahia* (vide a Figura 83a), recolhido por Fontinha (1983, p.287), representa simbolicamente um fogo. O desenho é monolinear. A rede de pontos de base tem as dimensões de 5x7 (classe D). Pearson recolheu o mesmo desenho, alusivo, desta vez, ao jogo *vuampe*. Na Figura 83b apresenta-se uma parte da execução do desenho.

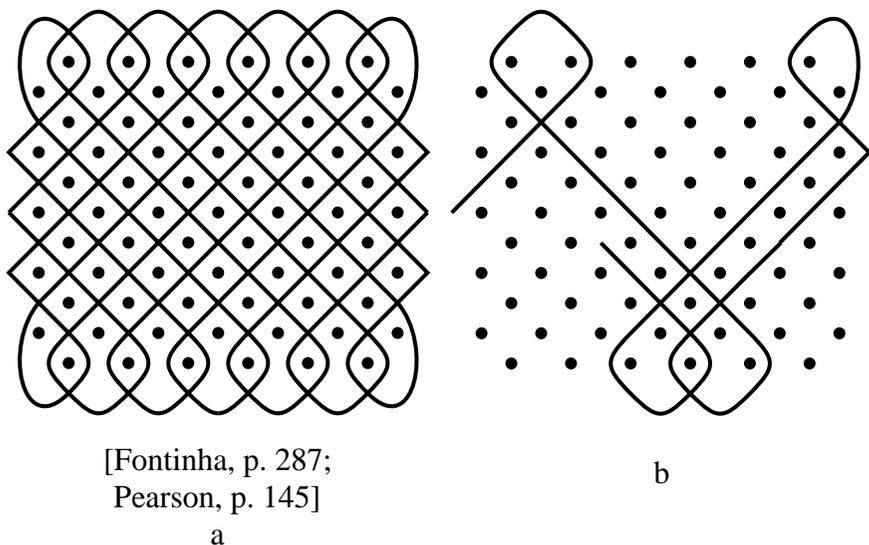
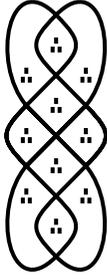


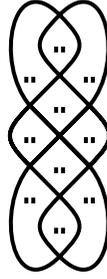
Figura 83

Referindo-se a uma historieta entre deus *Kalunga* e *tshombo*, um javali, o *lusona* lunda da Figura 84a foi construído na base do mesmo algoritmo. O *lusona* ngangela da Figura 84b, quase igual ao anterior, é chamado *mpiampia*, uma espécie de fruto. Equivalente aos dois *sona* anteriores, mas com diferente colocação de pontos de referência, é o padrão *cokwe* da Figura 84c. Representa uma espécie de beringela (Hamelberger, 1952, p. 325), *chezilo*, um tipo de porta de caniço (Pearson, 1977, p. 142), ou *tchiriaputa*, um bom caçador que apanhou em armadilha um javali (Dos Santos, 1961, p. 85). Rodando a Figura 84c sobre um ângulo recto, obtém-se o *lusona* lunda ilustrado na Figura 84d. Refere-se a *tshitani*, um libertino (Fontinha, 1983, p. 134).



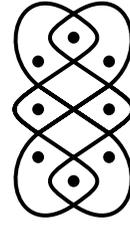
[Fontinha, p. 227]

a



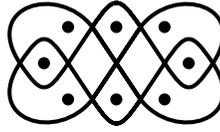
[Pearson, p. 19]

b



[Hamelberger, p. 324;
Dos Santos, p. 85;
Pearson, p. 142]

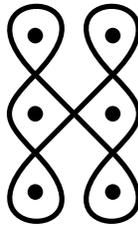
c



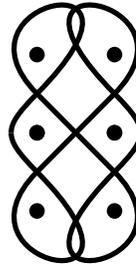
[Fontinha, p. 133]

d

Figura 84



a



[Fontinha, p. 257]

b

Figura 85

A representação *katete*, igualmente de uma espécie de beringela, na Figura 85b é topologicamente equivalente aos quatro desenhos anteriores. Só lhe faltam os pontos de referência na coluna central. Talvez provenha da Figura 85a, ampliando os laços superiores e inferiores, e se encontre aqui a origem do algoritmo considerado.

A Figura 86 mostra as versões de dimensões de 3x3, 5x2, 4x3 e 3x6, respectivamente. Todas são monolineares.

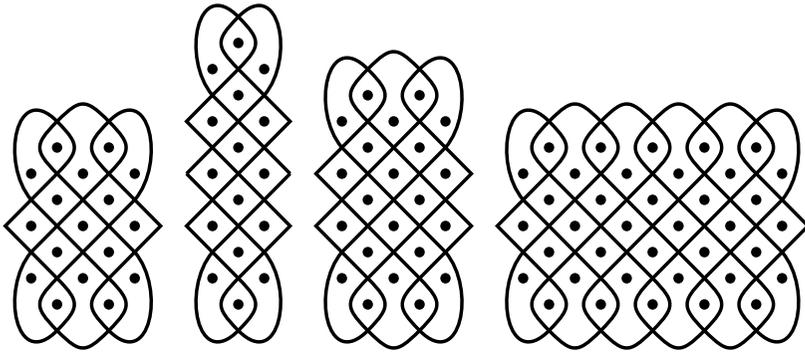
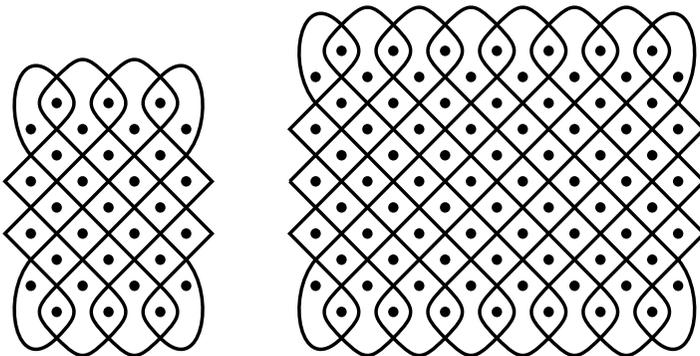


Figura 86

No entanto, as dimensões não podem ser escolhidas arbitrariamente. Por exemplo, a versão de dimensões de 4×4 é 2-linear (vide a Figura 87a) e o padrão *káhia* recolhido por Dos Santos de dimensões de 6×8 é 4-linear (vide a Figura 87b). Pode ser que o seu desenhador se tenha enganado no que diz respeito às dimensões: por exemplo, o mesmo algoritmo leva a um padrão monolinear quando aplicado a uma rede de pontos de dimensões de 6×7 . Ou pode ser que neste contexto a monolinearidade tenha menos peso como valor cultural por causa da ideia de fogo a ser transmitida, atendendo à descrição de Fontinha, segundo a qual os desenhadores à medida que vão desenvolvendo

“este complicado desenho rítmico ... o traço é interrompido nuns lados, começado noutros, para imitar o crepitar das faúlhas e o jogo do fogo, em que os garotos atiram brasas uns aos outros” (Fontinha, 1983, p. 40, 288).



a: 2-linear

b: 4-linear [Dos Santos, p. 125]

Figura 87

E Dos Santos escreve:

“As linhas do desenho indicam as trajetórias que os rapazes descrevem na *tchiota* à volta da fogueira. A *tchiota* é quase sempre uma construção circular, de paredes baixas (pouco mais que 1 m) e cobertura cónica apoiada num pontalete ao centro. Localiza-se mais ou menos a meio da aldeia. É ela o centro de reunião dos homens adultos. Os assuntos mais importantes, e os mais banais, são ali tratados e discutidos” (Dos Santos, 1961, p.125).

É possível que o *lusona* da Figura 83a tenha sido inventado a partir de um padrão-de-esteira-entrecruzada da classe A de dimensões de 3x7 (vide a Figura 88a), ao qual se aplicaram sete laços na parte de cima (vide os dois exemplos na Figura 88b) e sete laços na parte de baixo (vide o exemplo na Figura 88b), respectivamente. Talvez resida aqui a origem alternativa do algoritmo geométrico sob consideração.

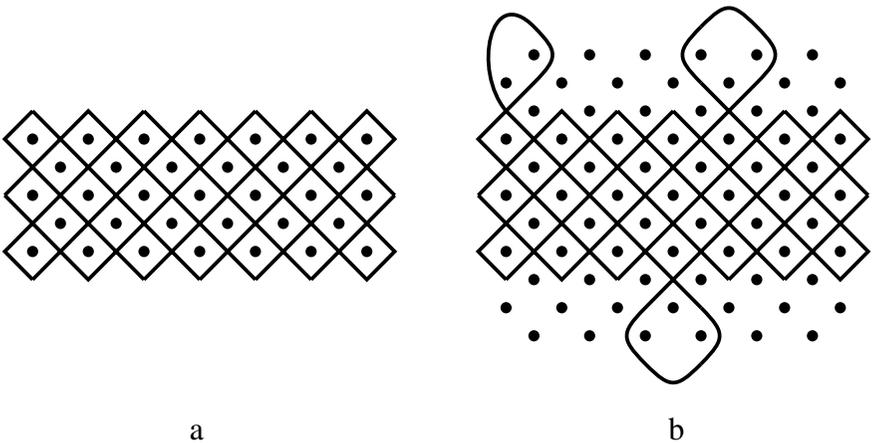
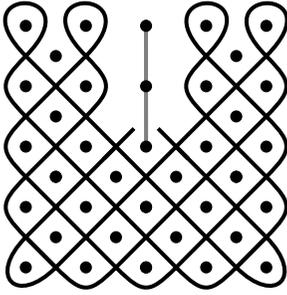


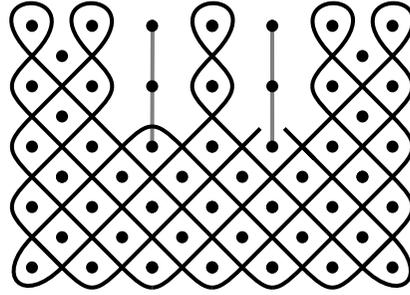
Figura 88

Árvores de culto ancestrais

Os desenhos na Figura 89, recolhidos por Hamelberger, representam uma *muiombo* e duas *miyombo* respectivamente. *Muiombo* é uma espécie de árvore de folhagem comprida, que se planta quando se funda uma nova aldeia; marca ordinariamente a palhota do chefe (Hamelberger, 1952, p. 328).



[Hamelberger, p. 327]
a



[Hamelberger, p. 327;
cf. Centner, p. 219]

b

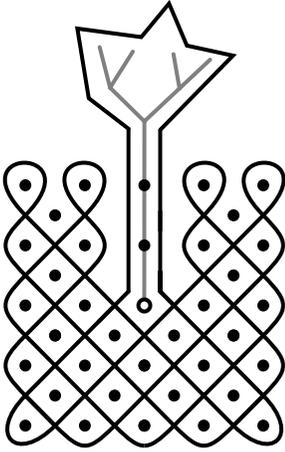
Figura 89

Fontinha recolheu os mesmos dois *sona* numa versão mais elaborada (vide a Figura 90a e b) e também um que ilustra três estacas de árvores de culto ancestral (vide a Figura 90c). Todos os padrões são monolineares, não contando os paus verticais, e satisfazem o mesmo algoritmo. Sobre *muiombo* Fontinha observa que se trata duma:

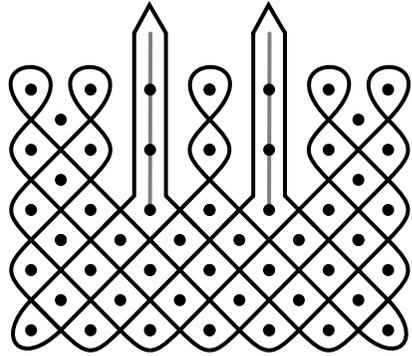
“árvore de culto ancestral, que os Quiocos plantam nas suas povoações para proteger os habitantes, animais e culturas. Junto delas tinham lugar danças rituais, orgias e actos de culto e ainda sacrifícios de animais. A consistência e forte raizame desta árvore – que segundo eles atrai os espíritos – fornece uma densa cobertura de folhas que provocam uma apreciada sombra. Ali se juntam normalmente os notáveis para a solução de questões e o povo para a cavaqueira e prática de jogos” (Fontinha, 1983, p. 250).

Dos Santos recolheu as *miyombo* colocadas noutra perspectiva (vide a Figura 91), dizendo que os *sona* mostram os paus da árvore com ramos e folhas.

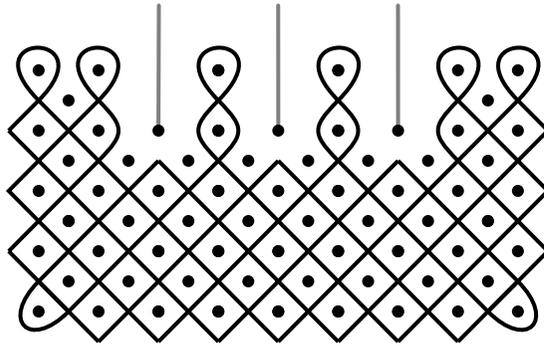
As grelhas rectangulares de base das representações já vistas da *miyombo* com uma, duas, três,... estacas têm dimensões de 3×5 , 3×7 , 3×9 , etc. Pearson recolheu um *lusona* (vide a Figura 92) alusivo a um sacrifício realizado por quatro chefes à volta da árvore sacral. A grelha rectangular de base desta representação tem dimensões de 2×5 em vez de 3×5 . Mesmo assim este desenho é monolinear e satisfaz o mesmo algoritmo geométrico de construção.



a [Fontinha, p. 249]

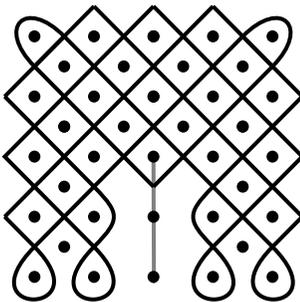


b [Fontinha, p. 249]

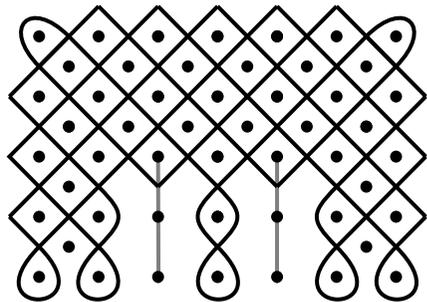


c [Fontinha, p. 291]

Figura 90

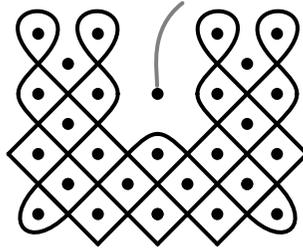


a [Dos Santos, p. 103]

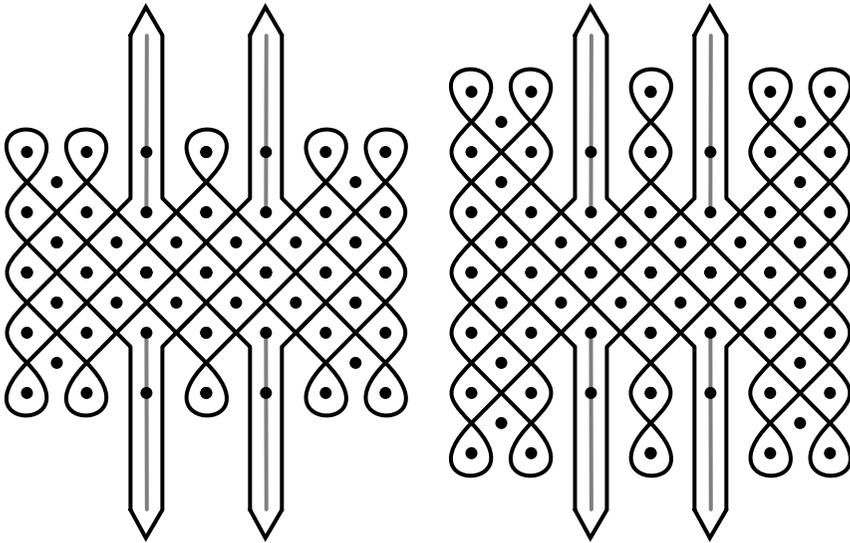


b [Dos Santos, p. 104]

Figura 91



[Pearson, 1977, p.49]
 Figura 92

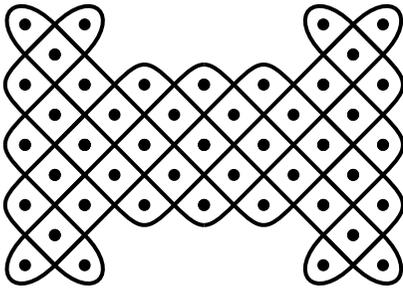


[Fontinha, p. 251]
 Figura 93

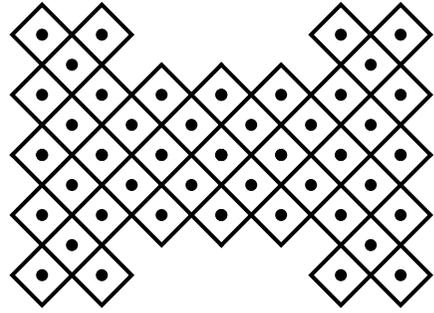
Figura 94

A Figura 93 mostra uma árvore de culto com quatro estacas, duas de cada lado. Se observarmos a parte superior do desenho podemos ver que é diferente das outras representações das *miyombo*. Tenho a impressão de que não se trata da versão original. Aplicando, dos lados superior e inferior, o algoritmo das outras árvores de culto e utilizando a mesma grelha rectangular de base de dimensões de 3x7, construí a Figura 94, que me parece a versão original. Esta hipótese é reforçada pelo facto de que o padrão-de-esteira-entrecruzada não-rectangular, subjacente à Figura 94, constitui um *lusona* recolhido por Kubik, ilustrado na Figura 95. É chamado *tunwenu vwala vwetu*, ou seja, “bebamos juntamente cerveja da meixoeira” (Kubik, 1987a, p.478;

1987b, p. 69). A versão rectilinear do mesmo *lusona* foi recolhido por Dos Santos (vide a Figura 96), e representa *mútue uá njamba*, quer dizer “uma cabeça de elefante” (Dos Santos, 1961, p. 39).



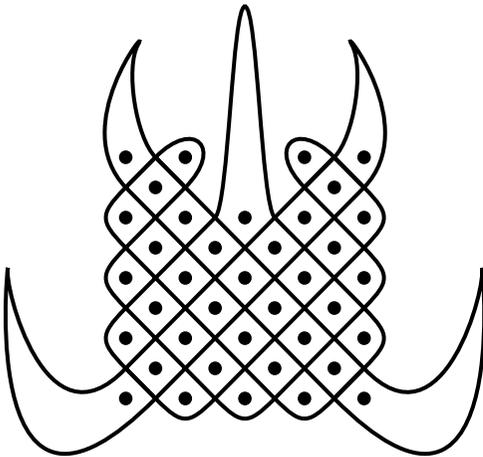
[Kubik, 1987a, p. 478]
Figura 95



[Dos Santos, p. 39]
Figura 96

Cabeça de elefante

Fontinha recolheu uma outra representação da cabeça de um elefante, *mutwe wa djamba* (vide a Figura 97), desta vez evidenciando a tromba, presas e orelhas (Fontinha, 1983, p. 166). Este desenho é 3-linear, enquanto que a representação anterior era monolinear. Surge a questão se o desenho recolhido é de facto a figura original inventada por um dos *akwa kuta sona* ou não.



3-linear
[Fontinha, p. 165]
Figura 97

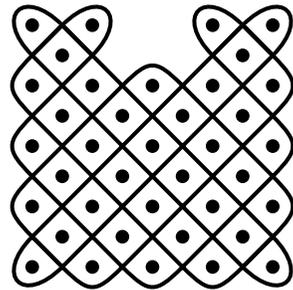


Figura 98

Para analisar a questão, observemos o padrão-de-esteira-entrecruzada não rectangular que está na base do *lusona* (vide a Figura 98). Vê-se que não corresponde ao duma representação do tipo *miyombo* como no caso da anterior ilustração de uma cabeça de elefante (Figura 96). Realmente não corresponde, mas corresponde quase ao padrão de base (vide a Figura 99) da representação de uma única *muiombo* (Figuras 89a, 90a e 91a). Tomemos este padrão de base como ponto de partida para, em analogia, construir um desenho alusivo a uma cabeça de elefante. Assim se encontra a Figura 100, bem parecida com o *lusona* recolhido. Esta última figura parece-me a original, por ser monolinear e satisfazer o mesmo algoritmo.

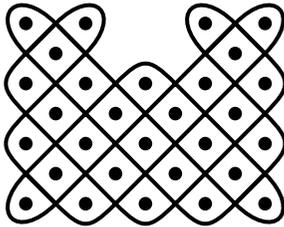
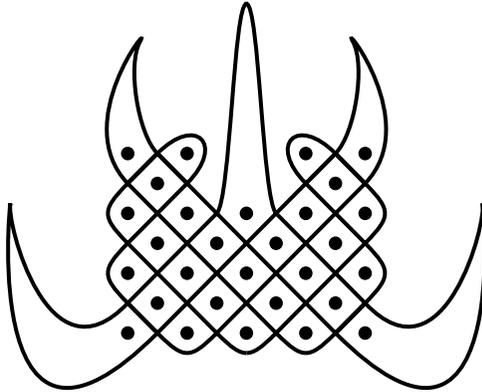


Figura 99



monolinear
Figura 100

4.3 Reconstrução de classes provavelmente perdidas. Possíveis extensões

Vimos que os *akwa kuta sona* tinham achado determinados algoritmos geométricos com os quais construía padrões monolineares. Experimentavam para saber para que dimensões das redes (rectangulares) de pontinhos a aplicação dum dado algoritmo levava a padrões monolineares. Todavia existem *sona* que, embora satisfaçam certas regras de construção, o que permite uma variação das dimensões das redes de pontos, são únicos no sentido de que não se encontram na literatura etnográfica ampliações ou reduções destes padrões. Uma vez que a experimentação com algoritmos e dimensões é própria à tradição *cokwe* de desenho na areia, sou levado à suposição de que também no caso destes *sona* únicos, os *akwa kuta sona* tenham amiúde conhecido reduções e ampliações. Em seguida apresentarei exemplos de tais *sona*, indicando, ao mesmo tempo, possíveis reduções e ampliações (monolineares).

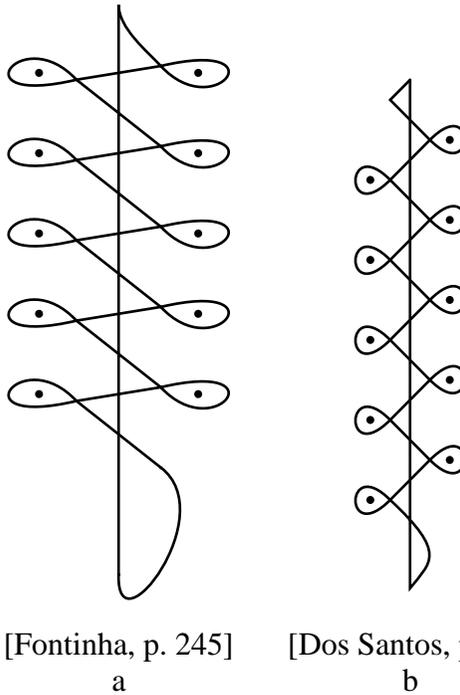


Figura 101

Vara de transporte

Dois variantes do *lusona lutungo wa ishe* foram recolhidas (vide a Figura 101), representando uma vara para transportar peixe seco. O segundo apresenta quase uma simetria rotacional de 180°. Em cada lado do eixo vertical estão colocados cinco pontos. Nas Figuras 102a e b mostram-se a redução e a ampliação do segundo *lusona* com 4 pontos e com 7 pontos de cada lado, respectivamente.

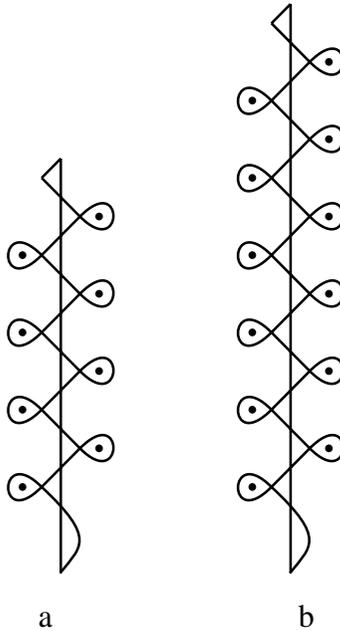
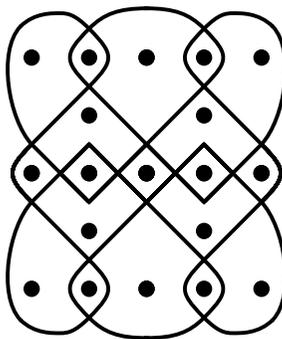


Figura 102



[Fontinha, p. 189]

Figura 103

Luta entre chefes rivais

O *lusona* monolinear, *ja kangana*, com simetria dupla (vide a Figura 103) simboliza o termo *duma luta entre chefes rivais*. A ampliação e a redução de dimensões de 5×9 e 5×3 , respectivamente, mostram-se na Figura 104.

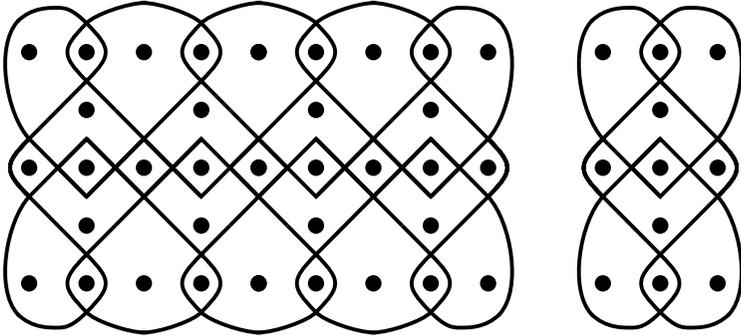
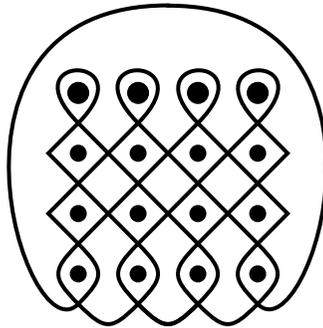


Figura 104



[Fontinha, p. 263]

Figura 105

Povoação protegida

O *lusona tshihunda* na Figura 105 representa uma povoação defendida por paliçadas. Na Figura 106 vêem-se a redução de dimensões de 3×3 e a ampliação de dimensões de 6×6 , respectivamente. As ampliações de dimensões de $n \times n$ nem sempre são monolineares. Por exemplo, vemos na Figura 107a que a extensão 5×5 é 3-linear e que todas as três linhas têm o mesmo eixo vertical de

simetria. Em contrapartida, a versão 4x5 é monolinar (vide a Figura 107b).

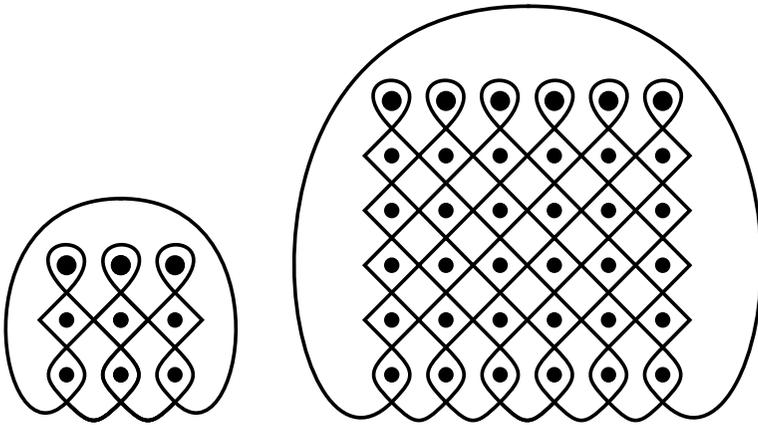
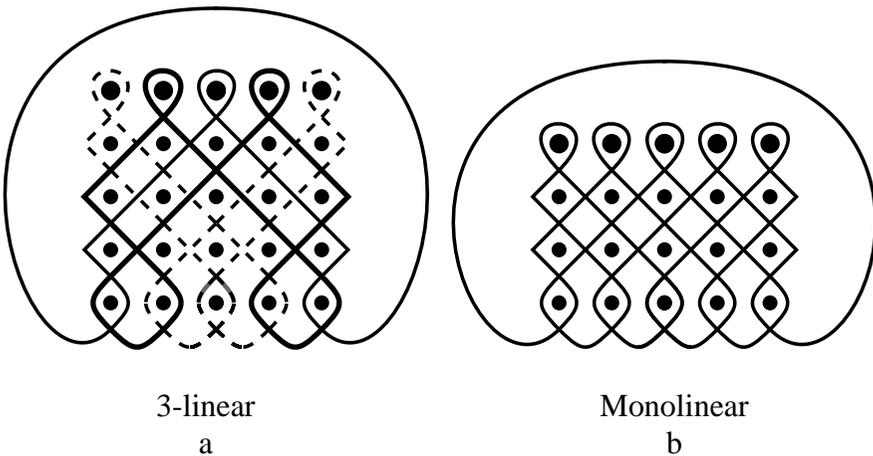


Figura 106

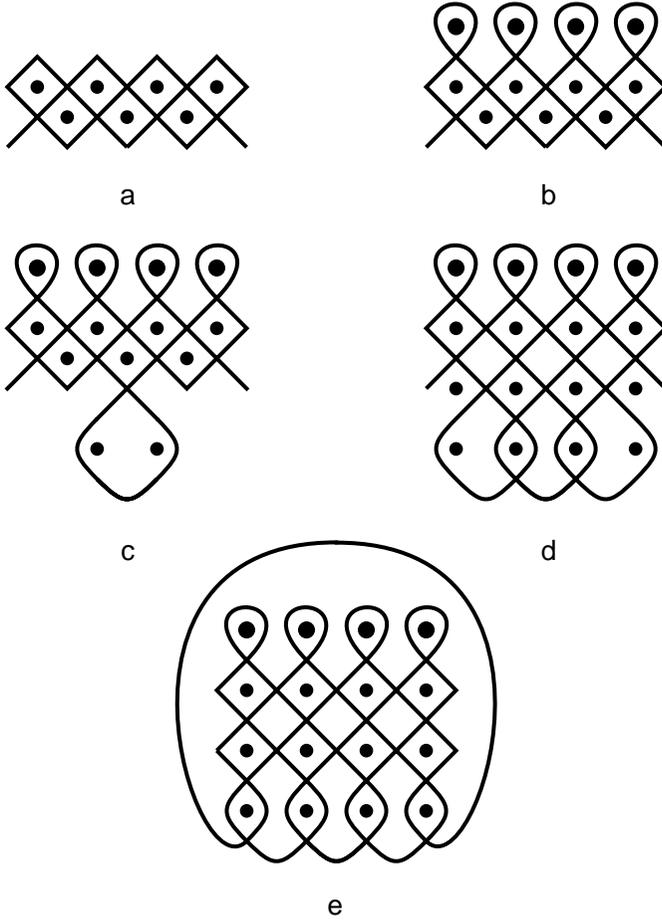


3-linear
a

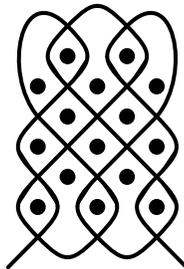
Monolinar
b

Figura 107

É possível que o *lusona* da Figura 105 tenha sido inventado por um dos *akwa kuta sona* a partir de um padrão-de-esteira-entrecruzada da classe B. A Figura 108 mostra as fases hipotéticas desse desenvolvimento: na primeira fase juntam-se pequenos laços na parte superior (Figura 108b); em seguida juntam-se laços maiores na parte inferior (vide a Figura 108c e d); por fim, ligam-se os extremos, abraçando os pontos externos da última fila de pontos acrescentada (vide a Figura 108e).



e
Figura 108



[Fontinha, p. 227]
Figura 109

Armadilha de pesca

O desenho denominado *mutsho* na Figura 109 representa uma armadilha para a pesca. As dimensões da rede de pontos inicial são de 3 por 3. As versões 3x2 e 3x5 ilustram-se nas Figuras 110a e b.

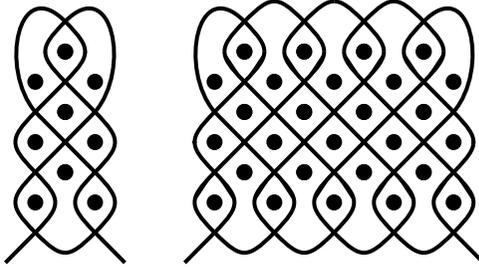


Figura 110

É possível que o *lusona* da Figura 109 tenha sido inventado por um dos *akwa kuta sona* a partir de uma linha em zig-zague (vide a Figura 111a) à qual se aplicaram alguns laços (vide os exemplos em Figura 111b), obtendo a Figura 111c, e se prolongou, por fim, a linha nos seus extremos (vide a Figura 111d).

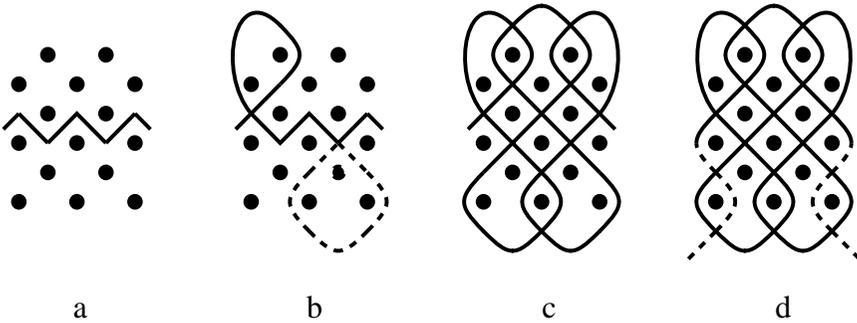
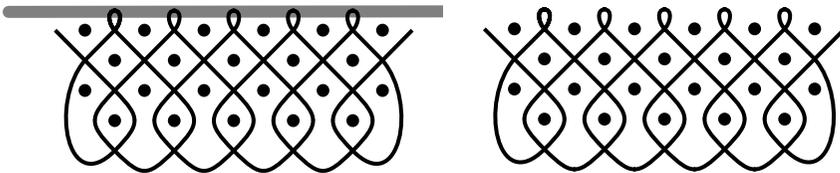


Figura 111



[Fontinha, p. 175]

Figura 112

Figura 113

Morto

O *lusona* representado na Figura 112, denominado *mufu nyi mwangu*, refere-se a um morto no esquife (Fontinha, 1983, p. 176). O desenho de dimensões de 2×5 é monolinear (vide a Figura 113), não contando a barra horizontal. De facto, trata-se de uma linha em ziguezague horizontal à qual se aplicaram alguns laços e se ampliaram os laços de baixo (vide a Figura 114). A Figura 115 mostra-nos as versões 2×2 e 9×2 .

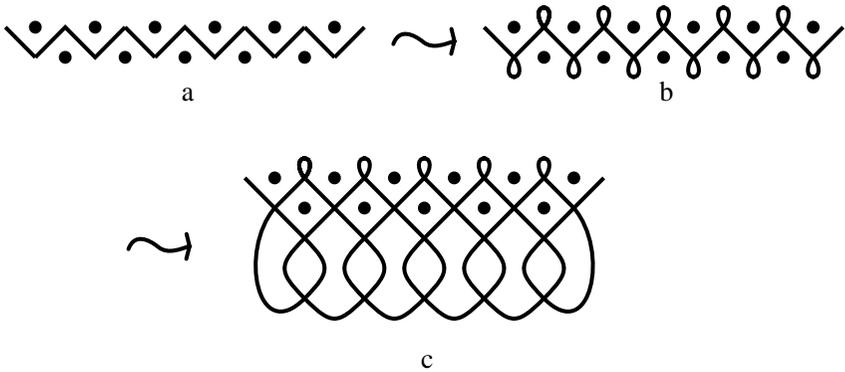


Figura 114

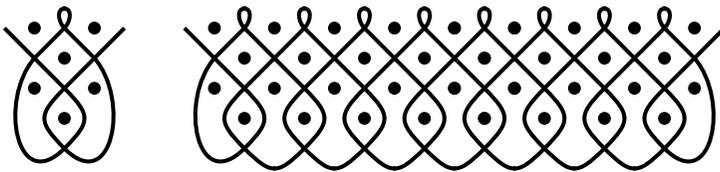
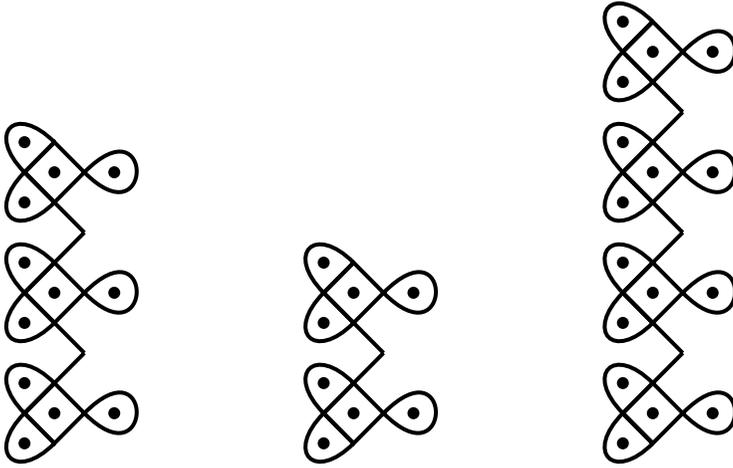


Figura 115

Aves em voo

O *lusona* na Figura 116a esquematiza três aves *kumbi*, em fila e em voo. Este padrão pode ser facilmente generalizado. Nas Figuras 116b e 116c ilustram-se duas e quatro aves *kumbi*, respectivamente.



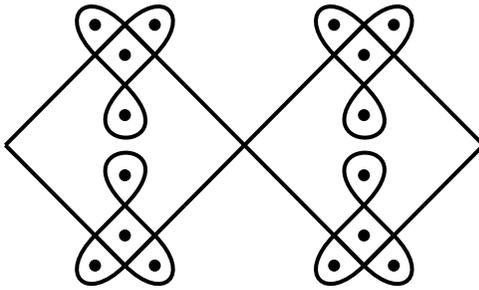
[Fontinha, p. 147]

a

b

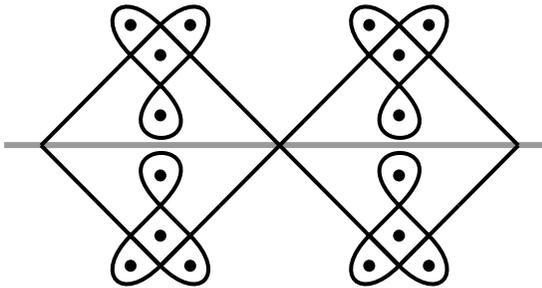
c

Figura 116



[Dos Santos, p. 112]

a



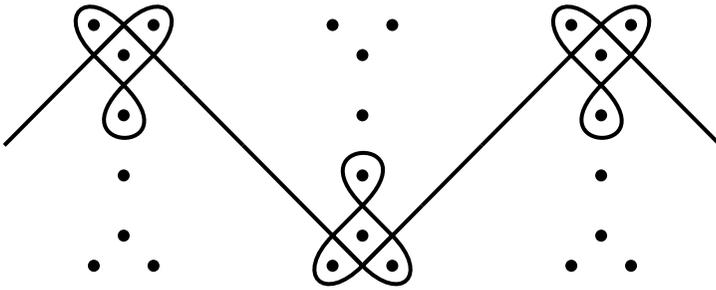
[Fontinha, p. 137]

b

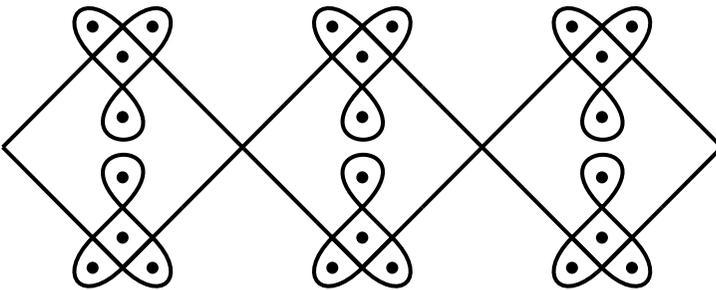
Figura 117

Lenha do visitante

Os dois *sona* apresentados na Figura 117a e b foram construídos aplicando um algoritmo muito parecido ao utilizado no *lusona* anterior. A única diferença entre os dois *sona* da Figura 117 consiste no segmento horizontal auxiliar desenhado no segundo. O significado dos dois é o mesmo: *kunyi ja ngenji*, referindo-se à pilha de lenha que o viajante apanha e deixa alguma para o dono da casa onde pernoitou (Fontinha, 1983, p. 138). Na Figura 118a ilustra-se o algoritmo no caso de uma pilha maior (vide a Figura 118b).



a

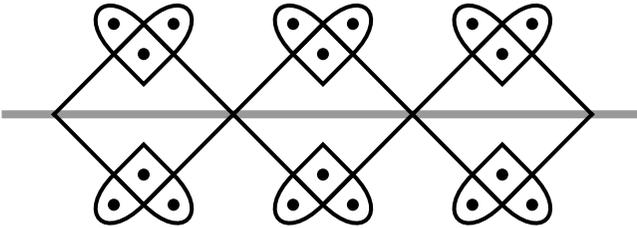


b

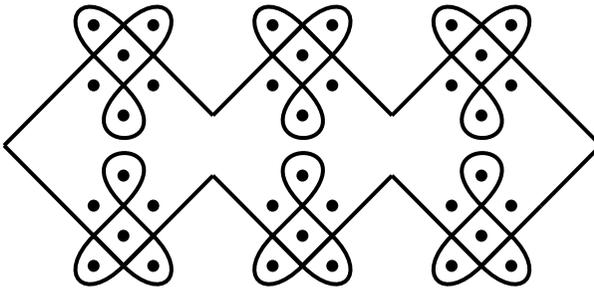
Figura 118

Por sua vez, a pilha maior de lenha é bastante semelhante aos *sona* nas Figuras 119 e 120. O desenho da Figura 119, chamado *tshau*, representa uma ponte suspensa, feita com varas e lianas. O *lusona* da Figura 120, recolhido entre os Ngangela, é chamado *vangamba va lizunga chikuni*, alusivo a uma disputa de uma quantidade de lenha (Pearson, 1977, p. 120-121). O facto de os significados atribuídos ao

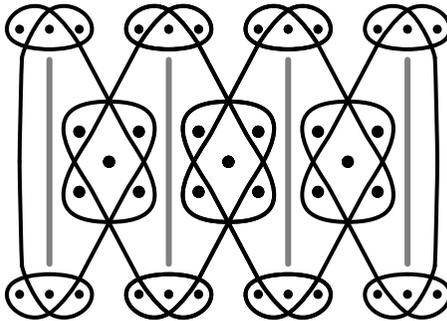
último *lusona* e aos *sona* da Figura 117 serem próximos um do outro, mostra que os *akwa kuta sona*, que os inventaram, estavam conscientes de estar envolvido quase o mesmo algoritmo geométrico. Por outras palavras, consideravam-nos elementos de uma mesma classe de padrões.



[Fontinha, p. 259]
Figura 119



[Pearson, p. 120]
Figura 120



[Fontinha, p. 275]
Figura 121

Saco de transporte

O *lusona kuba rya tungombe* (vide a Figura 121) representa um saco usado no transporte de cargas. A Figura 122 mostra a construção de um saco de dimensões menores. Mais uma vez ambos os desenhos são monolineares. Desta vez não se devem contar as linhas verticais auxiliares, traçadas de antemão.

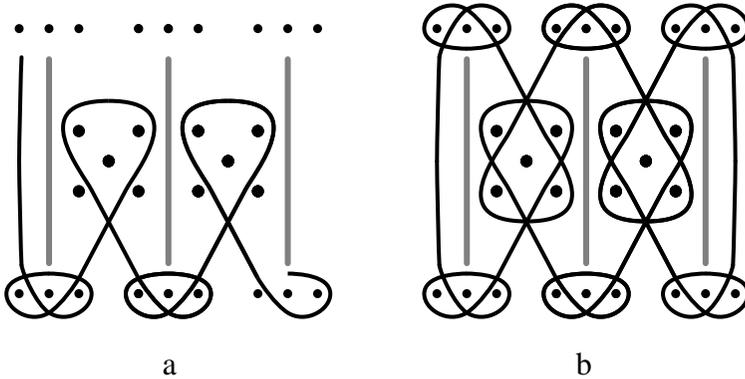
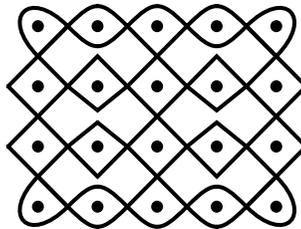


Figura 122

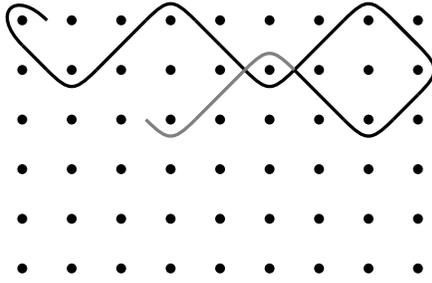


[Fontinha, p. 279]

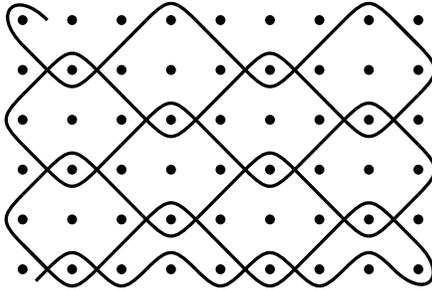
Figura 123

Estômago dum leão

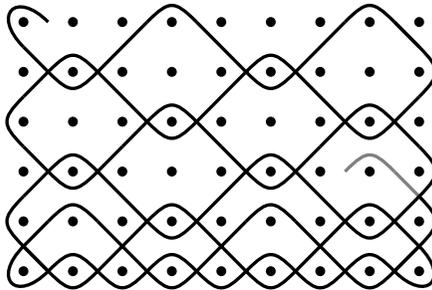
Na Figura 123 apresenta-se o *lusona lufu wa ndumba*, alusivo ao estômago de um leão. O desenho é monolinear, gozando duma simetria dupla. As suas dimensões são de 4 por 5. A construção da versão de dimensões de 6x9, aplicando o mesmo algoritmo, é ilustrada na Figura 124. É interessante observar como a linha se ‘inverte’ depois de ter percorrido metade do percurso. A origem deste algoritmo talvez se encontre na tecelagem de redes.



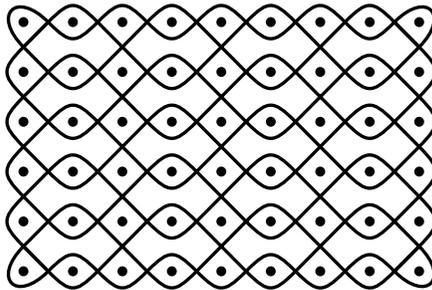
a



b



c



d

Figura 124

Cobertor de casca

O algoritmo utilizado (vide a Figura 125) na construção do *lusona lihina* (vide a Figura 126), recolhido entre os Ngangela, simbolizando um cobertor feito da casca interior de árvores, é bastante parecido com o analisado na última secção, aplicado na representação do estômago de um leão. Desta vez, o padrão apresenta apenas uma simetria axial horizontal como consequência da colocação de pontos adicionais na última coluna e a subsequente alteração do algoritmo. Provavelmente o algoritmo do cobertor deriva do algoritmo do estômago, ou vice versa.

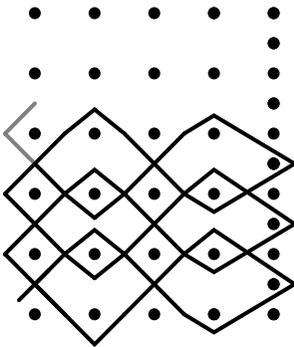
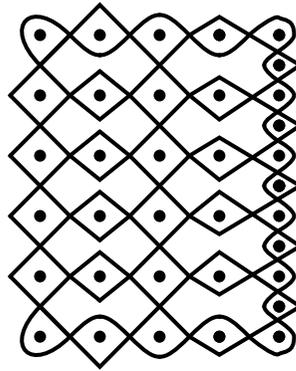


Figura 125



[Pearson, p. 137]

Figura 126

As Figuras 127 e 128 mostram-nos as versões de dimensões 4x9 e 3x7, respectivamente, construídas segundo a mesma receita. Trata-se de um algoritmo potente no sentido de produzir um desenho monolinear, para quaisquer dimensões de $m \times n$, onde m é um número natural qualquer e n um número ímpar qualquer, ambos diferentes de um.

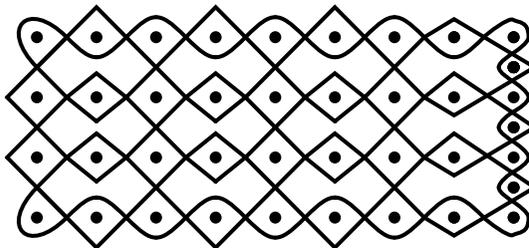


Figura 127

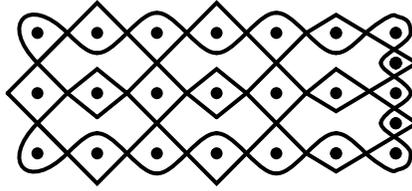
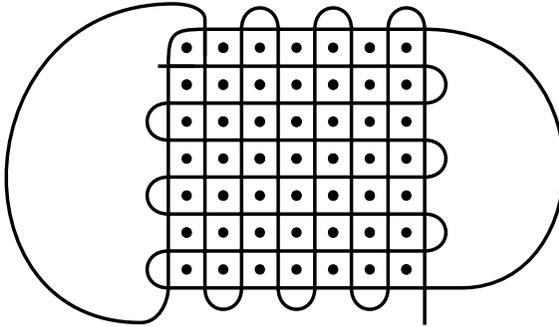


Figura 128



[Fontinha, p. 281]
Figura 129

Armadilha para formigas

O *lusona tari ya tusua* (vide a Figura 129) representa uma armadilha para formigas brancas. As suas dimensões são de 7 por 7. O algoritmo da sua construção pode facilmente ser generalizado. Na Figura 130 apresentam-se as reduções 3x3 e 5x5.

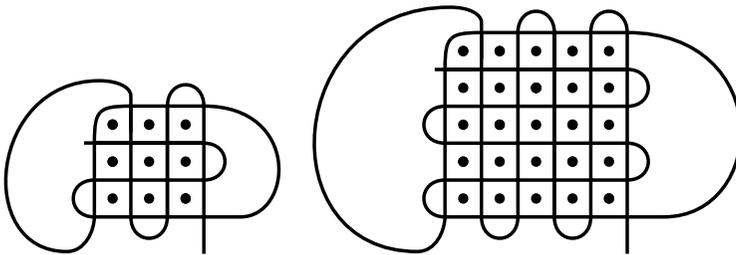
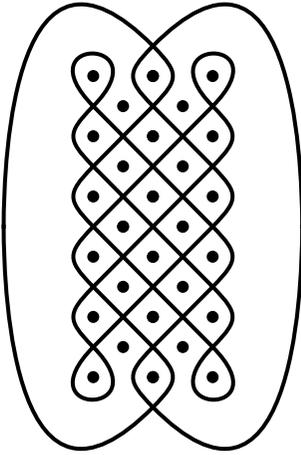
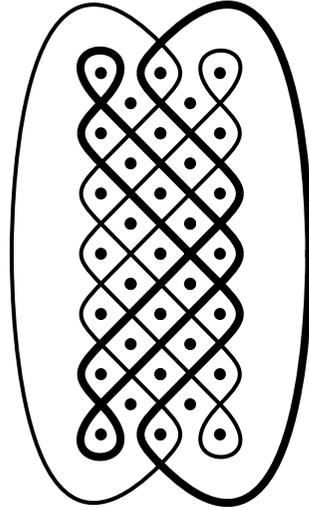


Figura 130



[Pearson, p. 93]
Figura 131



2-linear
Figura 132

O circuito

O *lusona chiselakano*, recolhido no seio dos Ngangela, (vide a Figura 131) representa os circuitos do Sol e da Lua (Pearson, 1977, p. 93). Os caminhos entrelaçam-se mas o Sol e a Lua nunca se chocam. A figura é ao mesmo tempo duplamente simétrica e monolinear. As suas dimensões de 6 por 3 foram escolhidas por forma a garantir a monolinearidade. Se tivessem sido, por exemplo, 7 por 3, o desenho teria sido 2-linear (vide a Figura 132). Dimensões do género de “número par por número ímpar” levam, em geral, a padrões monolineares.

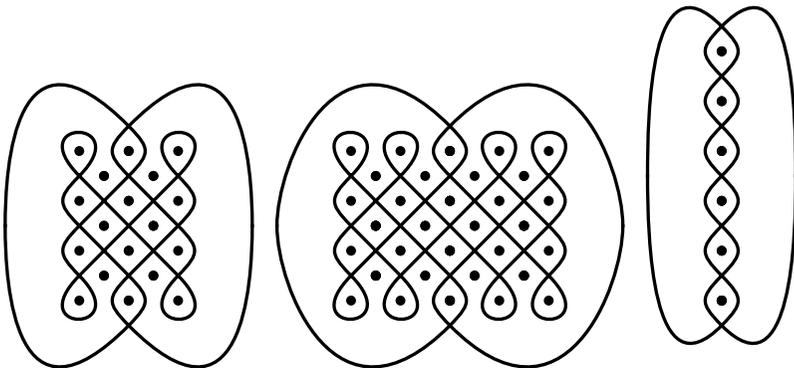


Figura 133

Na Figura 133 mostram-se três exemplos: 4 por 3, 4 por 5 e 6 por 1. O padrão apresentado na Figura 134 é o elemento mínimo desta classe de desenhos monolineares, equivalente ao *lusona* cokwe ilustrado na Figura 135, chamado *funda rya malamba* alusivo a um atado de ratos campestres apreciados na alimentação (Fontinha, 1983, p. 270): equivalente no sentido de apenas o número de pontos de referência ser diferente e a figura estar rodada sobre um ângulo de 45° relativa à Figura 134.

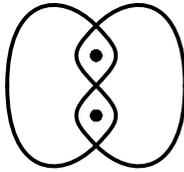
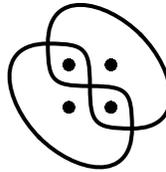


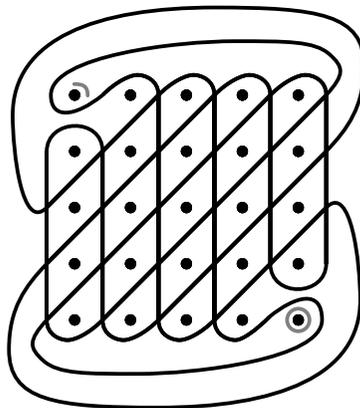
Figura 134



[Fontinha, p. 269]
Figura 135

Sol e Lua

O *lusona* da Figura 136 ilustra *tangwa nyi kujeje*, ou seja, o Sol e a Lua. As dimensões deste desenho monolinear (sem contar com o arco e a circunferência em torno do primeiro e último ponto) são de 5 por 5. Na Figura 137 apresentam-se as versões 3x3 e 7x7, aplicando o mesmo algoritmo. Nas Figuras 138 e 139 mostram-se os *sona* que representam o Sol e a Lua individualmente.



[Fontinha, p. 283]
Figura 136

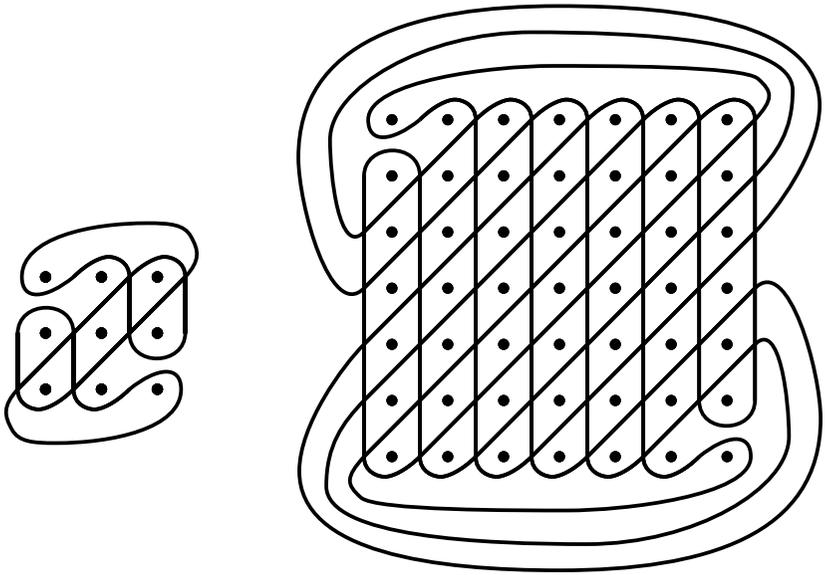
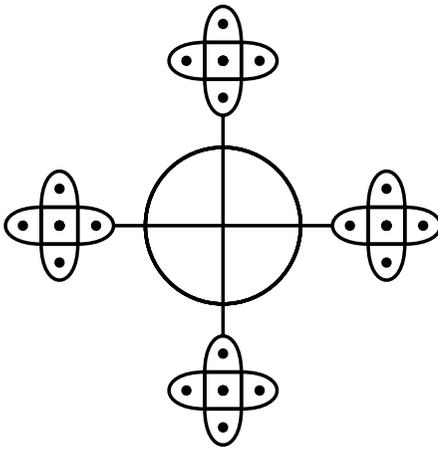
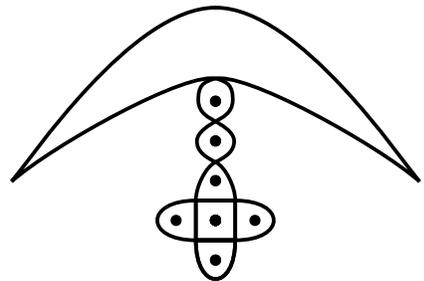


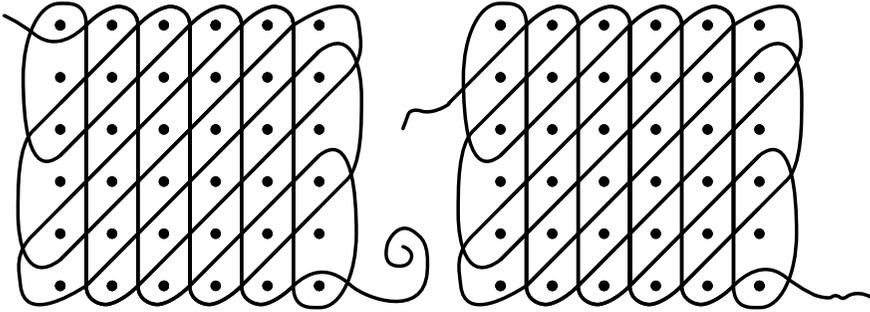
Figura 137



Sol
[Fontinha, p. 285]
Figura 138



Lua
[Fontinha, p. 285]
Figura 139



[Hamelberger, p. 327]
Figura 140

[Dos Santos, p. 109]
Figura 141

Palmeira

Nas Figuras 140 e 141 mostram-se dois *sona* monolineares cujo desenho de base é igual. O primeiro intitulado *kajana* refere-se a uma palmeira com os vários ramos entrelaçados (Dos Santos, 1961, p. 108); o segundo ilustra uma cana de junco que cresce na floresta (Hamelberger, 1952, p. 328). As dimensões são de 6x6. Na Figura 142 ilustra-se o algoritmo geométrico utilizado. Na Figura 143 apresentam-se as versões 2x2 e 8x8, construídas de acordo com o mesmo algoritmo. Ambas são monolineares. A redução de dimensões 4x4 não é monolinear mas 3-linear (vide a Figura 144).

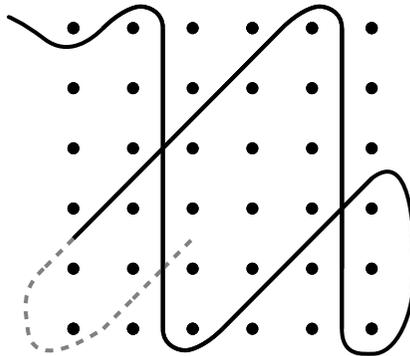
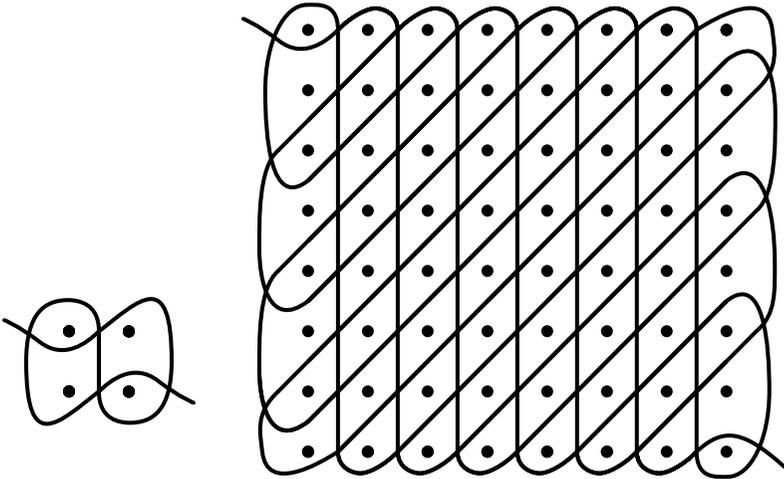
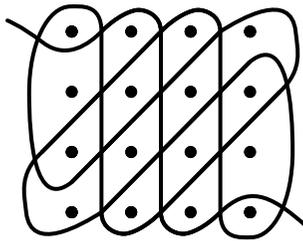


Figura 142



monolinear

Figura 143

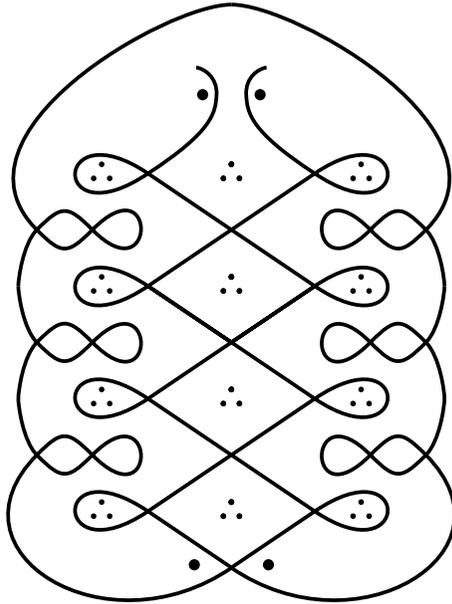


3-linear

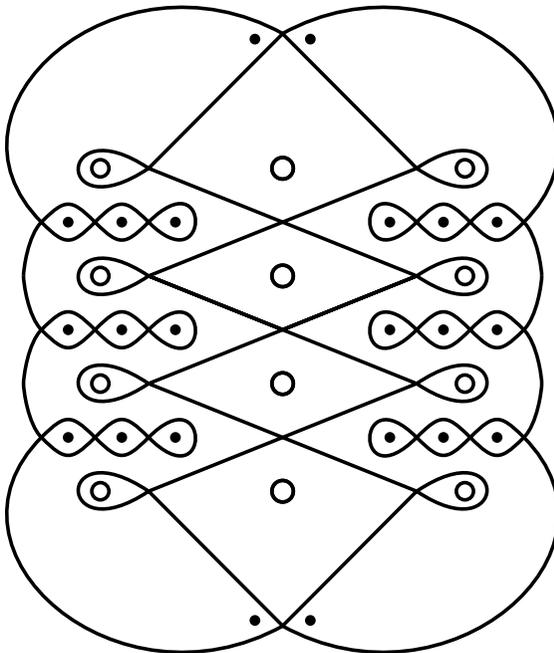
Figura 144

Ave e leopardo

O *lusona* monolinear na Figura 145, denominado *Kambilinginja kaNtumba* foi desenhado, em 1979, por Samusole Jinge de setenta anos de idade, vivendo em Katuva no noroeste da Zâmbia. Este ideograma refere-se a Kambilinginja, filho de Ntumba, que não se queria associar aos seus familiares, preferindo viver em isolamento (Kubik, 1988, p.109). Muito parecido com o desenho anterior, o *lusona ngungu nyi ndumba* (vide a Figura 146), alusivo a uma história de uma ave de grande porte e um leão, é fechado, enquanto o primeiro é aberto. Na Figura 147 apresento uma versão ampliada do mesmo *lusona*. Uma tal ampliação será monolinear quando o número de pontos que se encontrarem no eixo vertical de simetria for par.



[Kubik, 1987a, p. 108]
Figura 145



[Fontinha, p. 185]
Figura 146

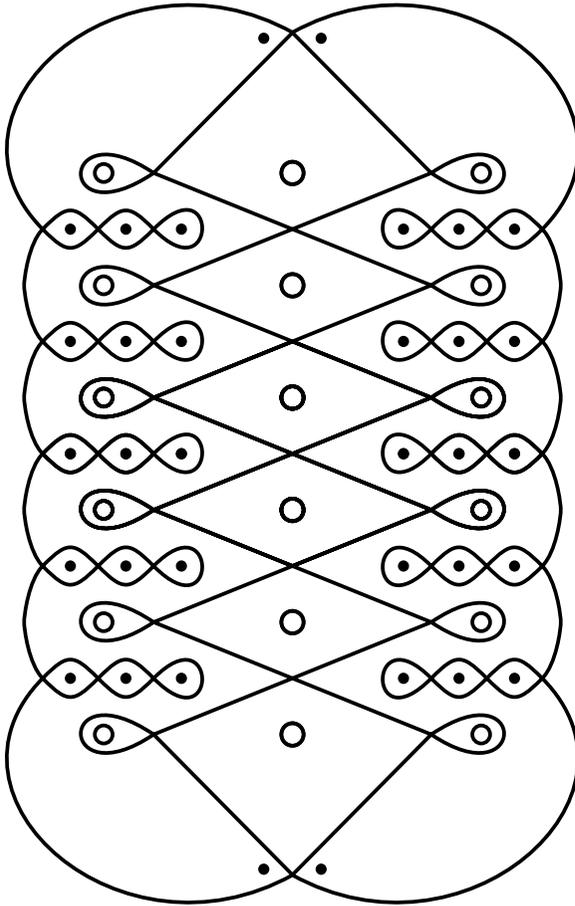
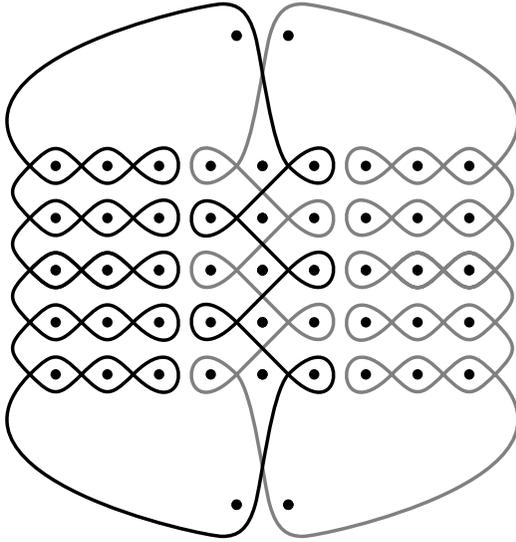
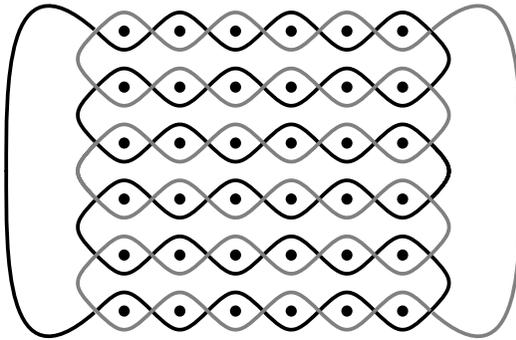


Figura 147

O *lusona kumbi nyi kajama* (vide a Figura 148) é bastante semelhante aos *sona* das Figuras 145 e 146. Observa-se que o desenho é, desta vez, 2-linear. É possível que o desenhador deste padrão se tenha enganado no que diz respeito ao número de pontos no eixo vertical de simetria: um número ímpar (5) em vez de um número par. O significado deste ideograma reforça a conjectura, por aludir a uma historieta entre uma ave e um leopardo. O leopardo pediu à ave penas para fazer um penacho. Passados tempos, a ave pediu ao leopardo um pedaço da sua pele, pelo que veio a morrer. Os seus filhos tentaram vingá-lo, mas a ave, que conhecia bem o caminho pelo pântano, – representado pelos pontos do desenho – conseguiu escapar (Fontinha, 1983, p. 222).



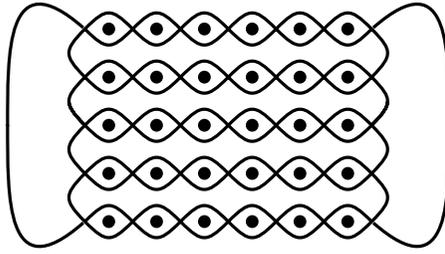
2-linear [Fontinha, p. 221]
Figura 148



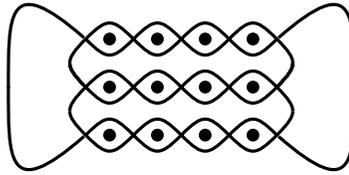
2-linear [Fontinha, p. 281]
Figura 149

Saiote para dança

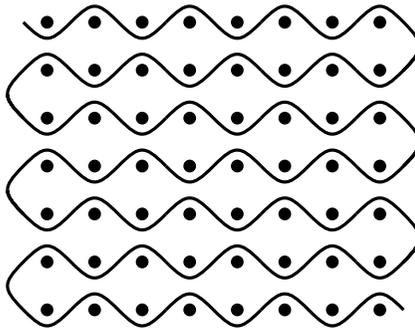
Um erro do mesmo género talvez tenha sido também cometido no caso do *lusona tshikapa tsha mahundu* que representa um saiote de fibras para dança de circuncidados (vide a Figura 149). Este padrão é 2-linear, embora se possa obter facilmente um desenho monolinear que lhe seja semelhante (vide o exemplo na Figura 150). Para tal é necessário que o número de filas de pontos seja ímpar e o número de pontos em cada fila par. A Figura 151 mostra as extensões de dimensões de 3x4 e de 7x8, respectivamente.



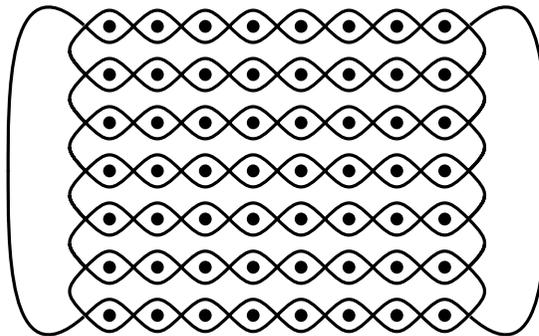
monolinear
Figura 150



a

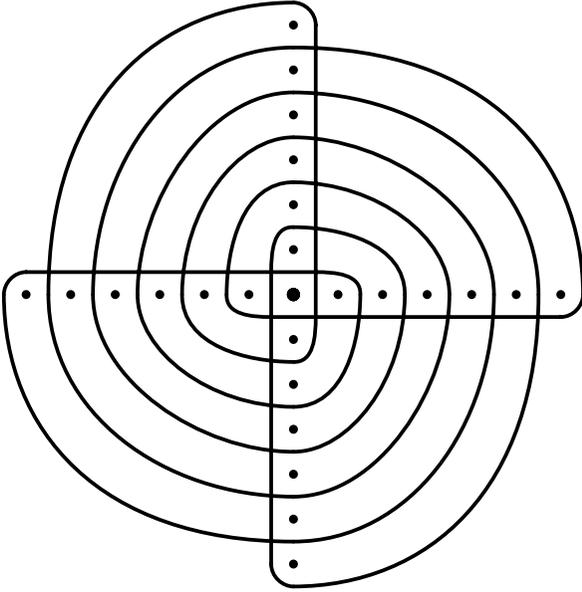


iniciando a execução



b

Figura 151



[Fontinha, p. 225]
Figura 152

Aranha na teia

O *lusona tshanda huri* na Figura 152, gozando de uma simetria rotacional de 90° , representa uma aranha na sua teia. Em cada raio há seis pontos. Este padrão pode ser facilmente reduzido ou ampliado. A 153 mostra as versões com quatro e dois pontos em cada raio.

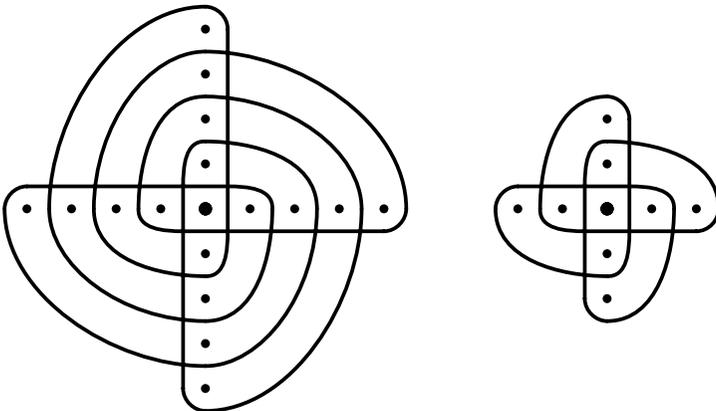
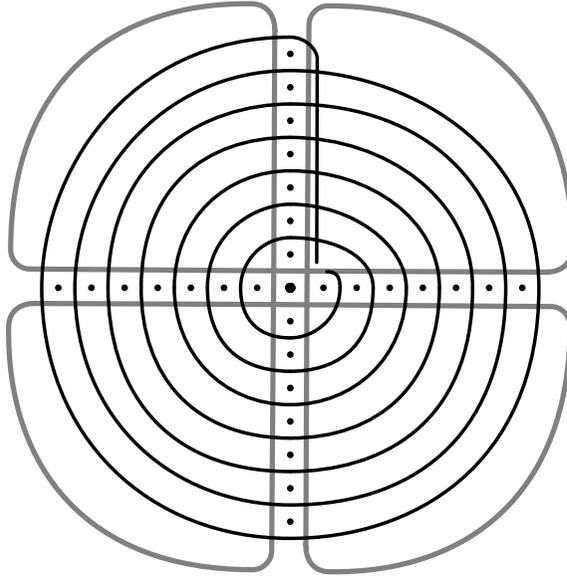


Figura 153



[Fontinha, p. 223]
 Figura 154

Aranhão

Um aranhão na sua teia é representado no *lusona samba-tanga* ilustrado na Figura 154. O desenho é 2-linear: uma espiral e o conhecido motivo *tshingelyengelye*. Em cada raio há sete pontos. Na Figura 155 mostram-se as versões com 5 e 3 pontos em cada raio, construídos conforme o mesmo algoritmo.

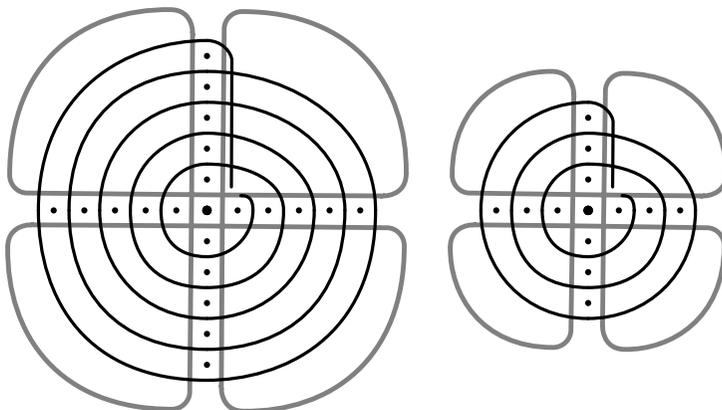


Figura 155



[Reproduzido de Dos Santos, p. 73; cf. Fontinha, p. 225]

Figura 156

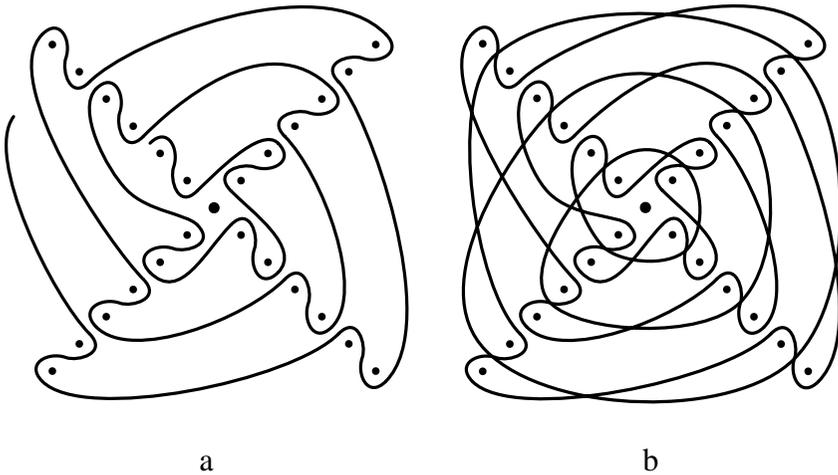


Figura 157

Teia de aranhão

Uma outra representação de uma teia dum aranhão é ilustrada na Figura 156. O *lusona* é denominado *wanda wa samba tanga* (Fontinha, 1983, p. 226; cf. Dos Santos, 1961, p. 73). A Figura 157a mostra a primeira metade deste padrão, construída de uma maneira sistemática, satisfazendo um algoritmo. Ao executarmos as espirais da segunda metade do padrão, de tal modo que passem pelos pontos

médios dos pontinhos da rede de referência, obtemos o padrão da Figura 157b. Nesta forma, o *lusona* ligeiramente adaptado pode ser facilmente generalizado: a Figura 158 mostra as versões com quatro e dois pontos, respectivamente, em cada raio.

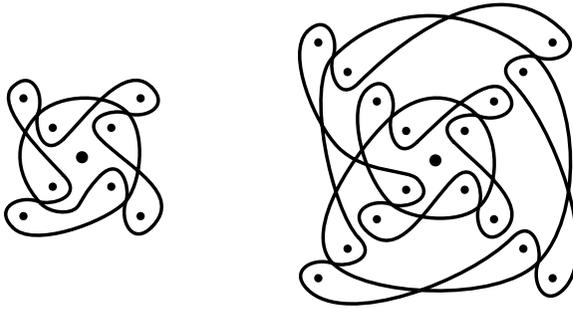
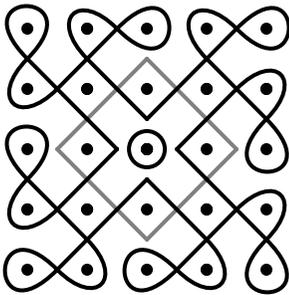


Figura 158



[Fontinha, p. 273]
Figura 159

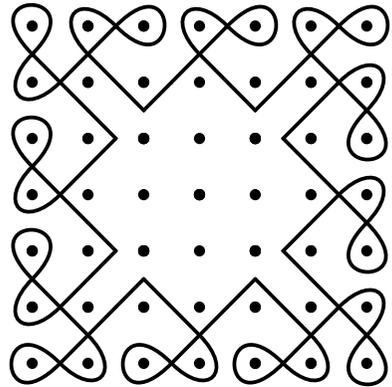


Figura 160

Capoeira e ninho

O *lusona tshikalanga tsha tusumbi* (vide a Figura 159) ilustra uma capoeira para o transporte de galinhas (Fontinha, 1983, p. 273). O desenho apresenta uma simetria rotacional de 90° . Sem contar com a circunferência pequena em torno do centro, o padrão é 2-linear: uma linha quadrada e uma linha ornamental de laços no rebordo. A linha ornamental pode facilmente ser generalizada. A Figura 160 mostra-a no caso das dimensões serem de 7×7 .

O padrão da Figura 159 pode ser transformado num padrão monolinear, introduzindo um corte entre o segundo e o terceiro ponto da segunda fila (contada de cima). A Figura 161 apresenta o resultado. O desenho perdeu com esta transformação a sua simetria rotacional.

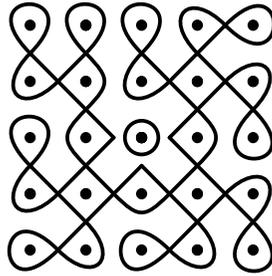
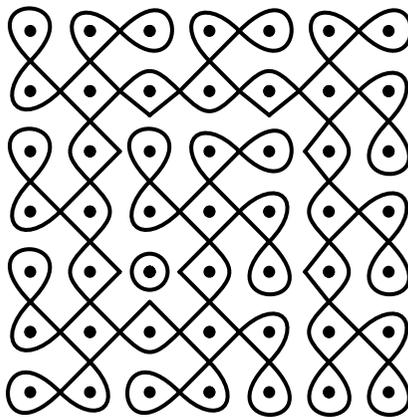


Figura 161

O último padrão constitui o primeiro elemento de uma série, da qual um outro *lusona* recolhido por Fontinha é o segundo (vide a Figura 162). O *lusona* chama-se *kasumbi ka mumbamba*, alusivo a um ninho de galinha escondido no colmo designado *mbamba*. Este colmo espesso fere os pés nus e dificulta a passagem de pessoas, permitindo à galinha chocar os seus ovos (Fontinha, 1983, p. 274). Aplicando o mesmo algoritmo de construção geométrica podemos construir outros elementos da mesma classe de desenhos. Na Figura 163 apresenta-se o terceiro elemento da série, mantendo quadrada a grelha de referência.



[Fontinha, p. 273]

Figura 162

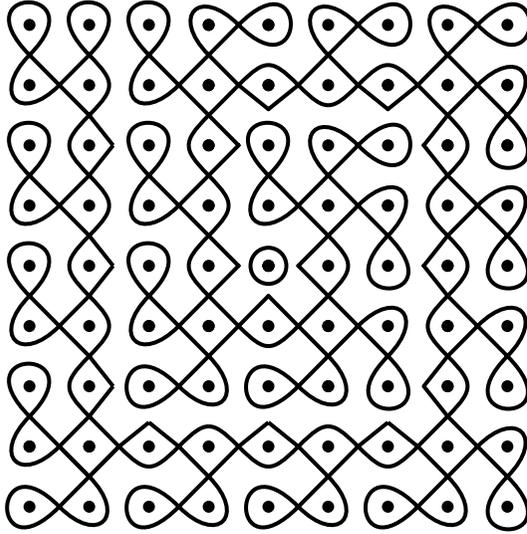
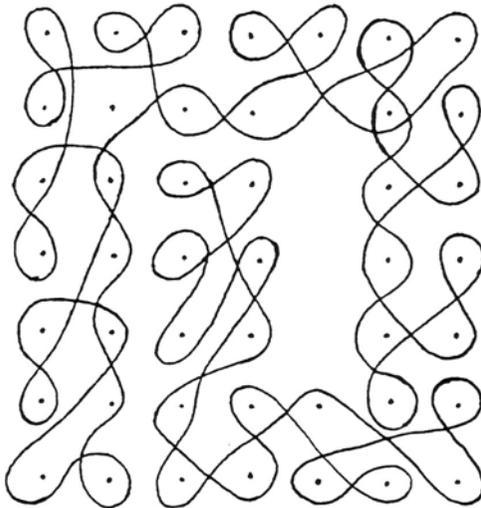


Figura 163

O desenhador do *kasumbi ka mumbamba* recolhido por Dos Santos aparentemente (já) não dominava o algoritmo geométrico ou não queria mostrá-lo (vide a Figura 164). O desenho é 3-linear e verticalmente reflectido em relação à Figura 162.



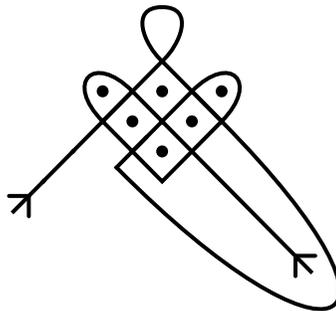
[Reproduzido de Dos Santos, p. 50]

Figura 164

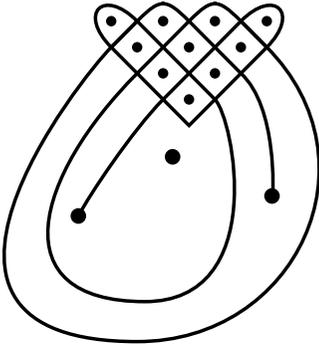
Capítulo 5

Construção sistemática de padrões triangulares monolineares com laços

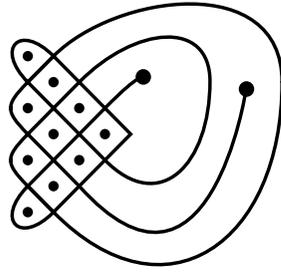
As Figuras 165, 166, 167 e 168 mostram *sona* monolineares, construídos provavelmente a partir de padrões triangulares isósceles. Diferem entre si quanto ao número de pontos em cada lado: 3 (Figura 165), 4 (Figura 166), 5 (Figura 167) e 6 (Figura 168) respectivamente. O desenho da Figura 165 é chamado *tela kanambata kasumbi*, representando uma águia levando uma galinha. O *lusona* na Figura 166a *tshinua walua* alude a um bebedor de bebidas alcoólicas; o na Figura 166b *kalengo* representa uma pessoa morta de fadiga. Os *sona* na Figura 167 são chamados *thimunga*, representando uma ave *thimunga* em voo, *iwozongo*, esqueleto e *sakasua*, pessoa de avançada idade, respectivamente. O *lusona lipukwapukwa* na Figura 168 ilustra uma ave de grande porte.



[Fontinha, p. 157]
Figura 165

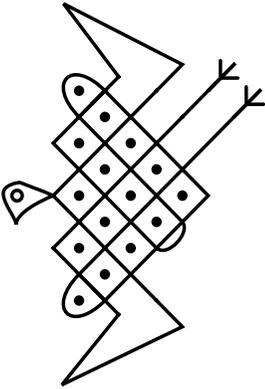


a [Fontinha, p. 239]

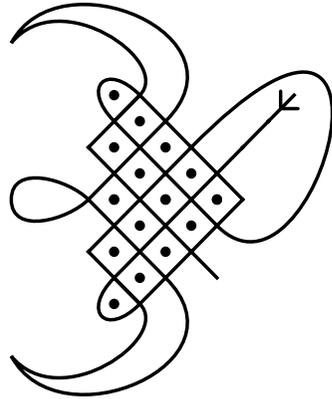


b [Pearson, p. 158]

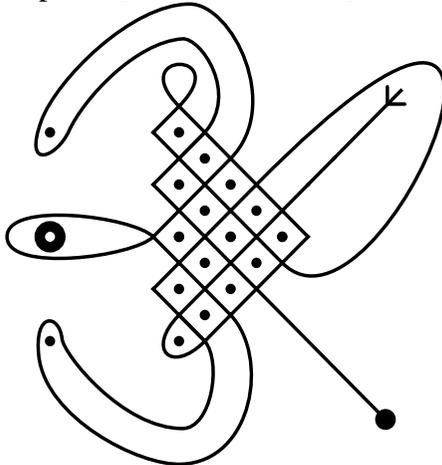
Figura 166



a [Fontinha, p. 147]

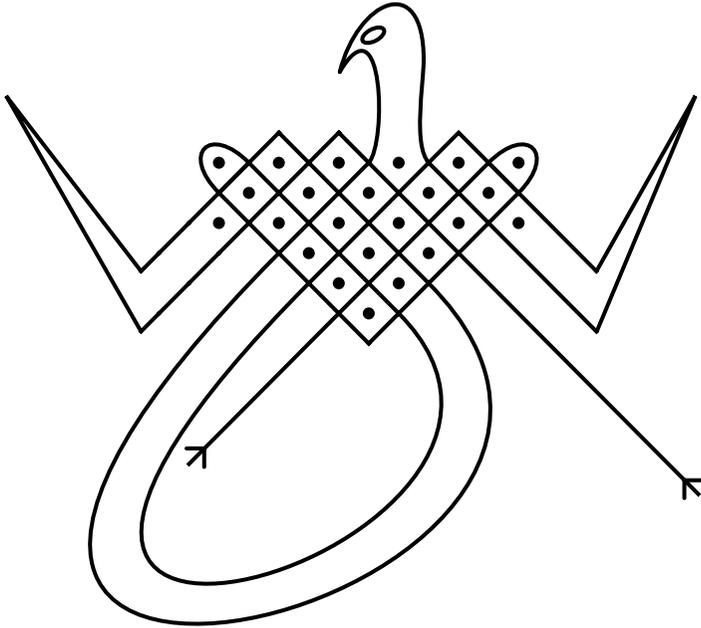


b [Fontinha, p. 169]



c [Fontinha, p. 169]

Figura 167



[Fontinha, p. 159]

Figura 168

Estes desenhos assemelham-se mutuamente: todos eles apresentam um padrão de base, de forma triangular. Sou levado à suposição de que os *akwa kuta sona* que inventaram estes *sona* começavam com estes padrões triangulares e transformavam-nos em padrões monolineares com a ajuda de um ou mais laços. Os padrões monolineares assim obtidos foram topologicamente adaptados para poder exprimir as ideias envolvidas.



Figura 169

A Figura 169 mostra a construção do padrão de base do *lusona* da Figura 165. A Figura 170 ilustra, do mesmo modo, a construção dos padrões de base dos *sona* da Figura 166. Os desenhos na areia

ilustrados nas Figuras 165 e 166 são quase instâncias de uma mesma solução: porque no segundo caso o cateto do padrão triangular é uma unidade maior que no primeiro, precisa-se de mais um laço do que no primeiro caso para poder transformar o padrão triangular num padrão monolinar (compare as Figuras 169 e 170).

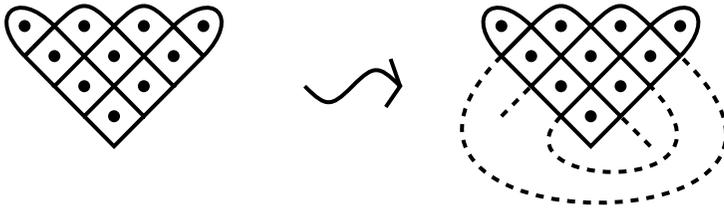


Figura 170

No caso dos padrões nas Figuras 167b e 167c, verifica-se mais uma vez a mesma solução de base (vide a Figura 171d). Como desta vez o cateto do padrão triangular (vide a Figura 171a) mede cinco unidades, precisam-se de mais dois laços em vez de só um, como aconteceu no caso anterior.

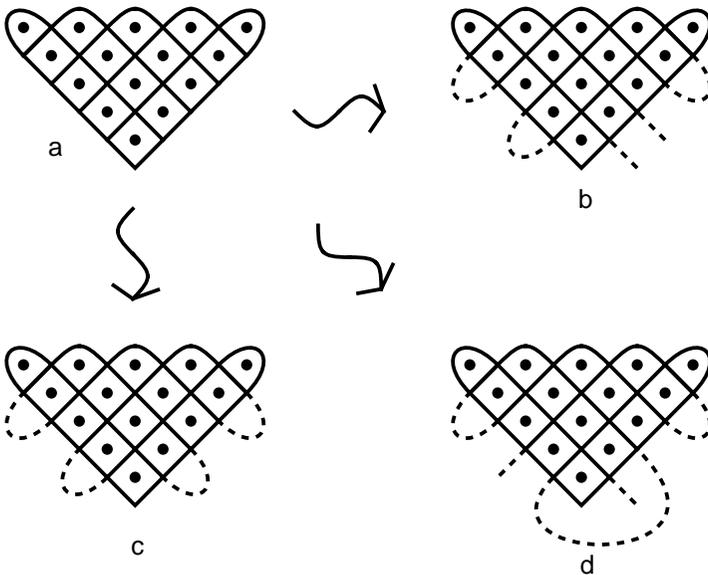


Figura 171

Para o padrão da Figura 168 precisam-se de quatro laços para garantir a sua monolinearidade (vide a Figura 172b, imagem reflectida). Na Figura 172c apresenta-se uma solução alternativa.

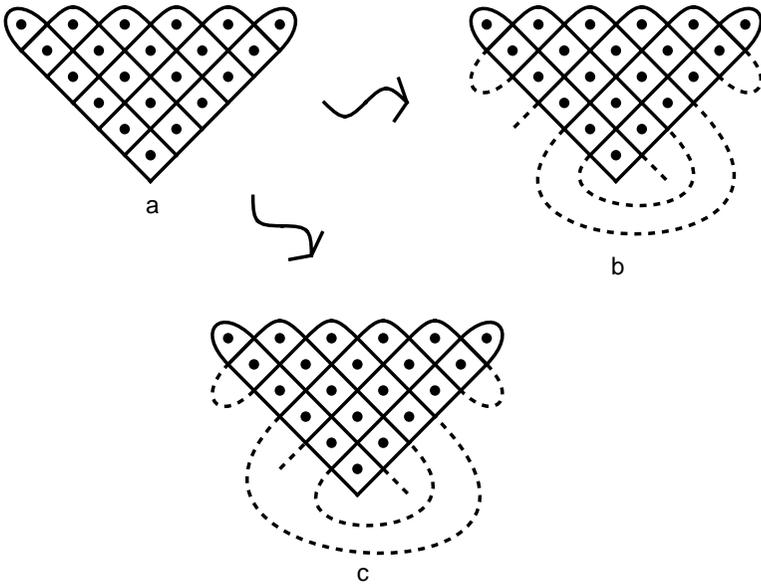
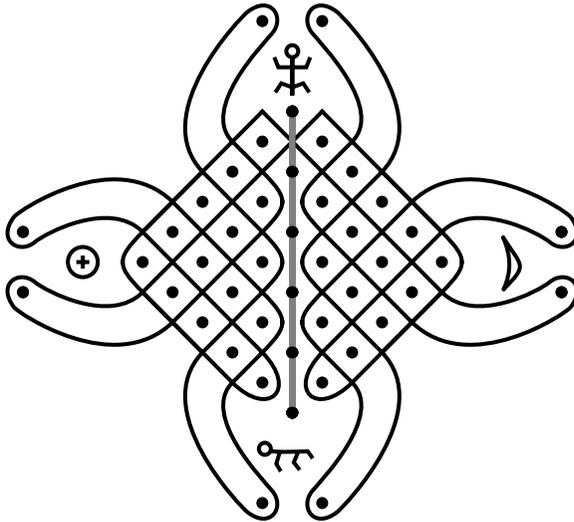
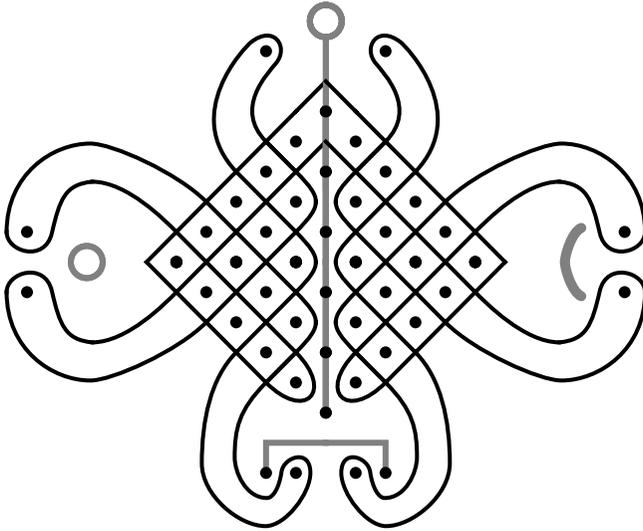


Figura 172

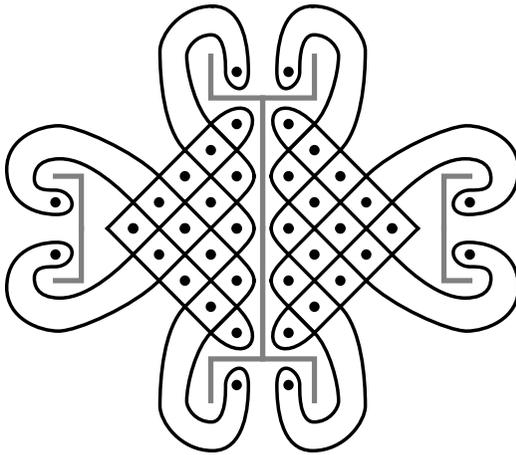


[Fontinha, p. 177; Hamelberger, p. 329]

Figura 173



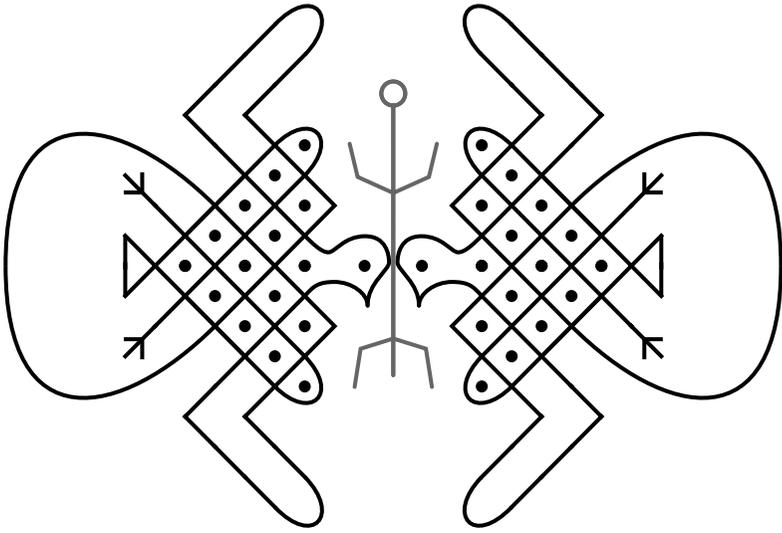
a [Pearson, p. 25]



b [Pearson, p. 26]

Figura 174

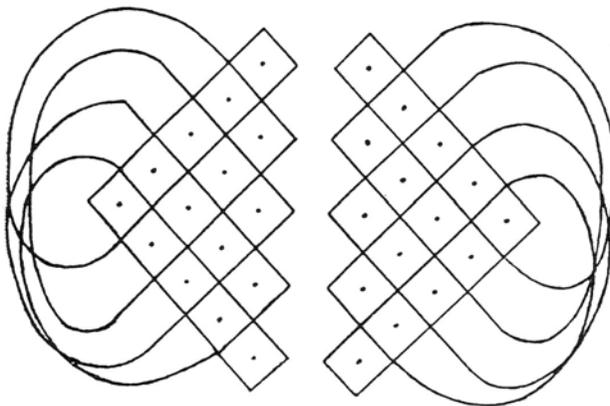
A alternativa na Figura 171c encontra-se (topologicamente) duas vezes no *lusona nzambi* ou *kalunga*, representando Deus (vide a Figura 173). Pearson recolheu dois *sona* (Figura 174), que constituem variantes da mesma solução: *ku-tanga*, criação (desenho monolinear, sem contar com as linhas auxiliares), e *lihangununo*, representando divisão ou alienação (duas metades monolineares, sem contar com os segmentos auxiliares).



[Fontinha, p. 161]

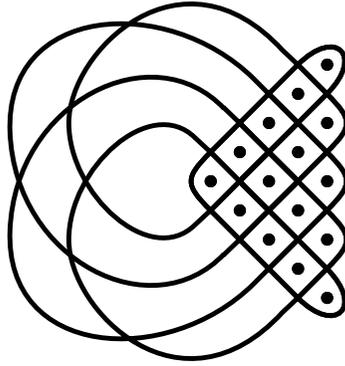
Figura 175

O *lusona kumbi kanari mufu* representa duas aves *kumbi* em volta dum cadáver (vide a Figura 175). Cada uma das figurações de uma ave é 2-linear, não porque o desenhador não era capaz de produzir um padrão monolinear, mas porque, provavelmente, pretendia um eixo horizontal de simetria (como no caso do *lusona kalunga*) e, ao mesmo tempo, uma figura que podia representar, de facto, uma ave.



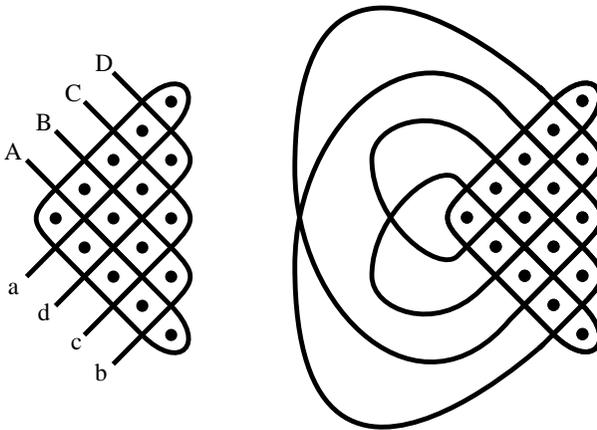
[Reproduzido de Dos Santos, p. 110]

Figura 176



aAbBcCdDa
 Figura 177

A Figura 176 mostra um padrão triangular duplo recolhido por Dos Santos. Representa *ichina iá kajana*, bases dos troncos da *kajana*. Alongando os laços de uma das metades como na Figura 177, pode-se constatar que o original da metade deste *lusona* apresenta uma simetria axial. É de notar que das seis possibilidades teóricas (aAbBcCdDa, aAbBdDcCa, aAcCbBdDa, aAcCdDbBa, aAdDbBcCa, aAdDcCbBa) de construir, a partir do padrão triangular de base com cinco pontos em cada cateto, um motivo monolinear ligando por laços as quatro extremidades (a,b,c,d) dum cateto com as do outro (A,B,C,D) apenas dois são simétricos (aAbBcCdDa e aAdDcCbBa; vide a Figura 178).



aAdDcDbBa
 Figura 178

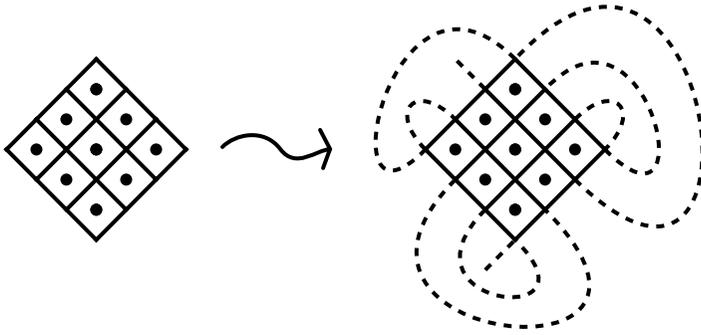
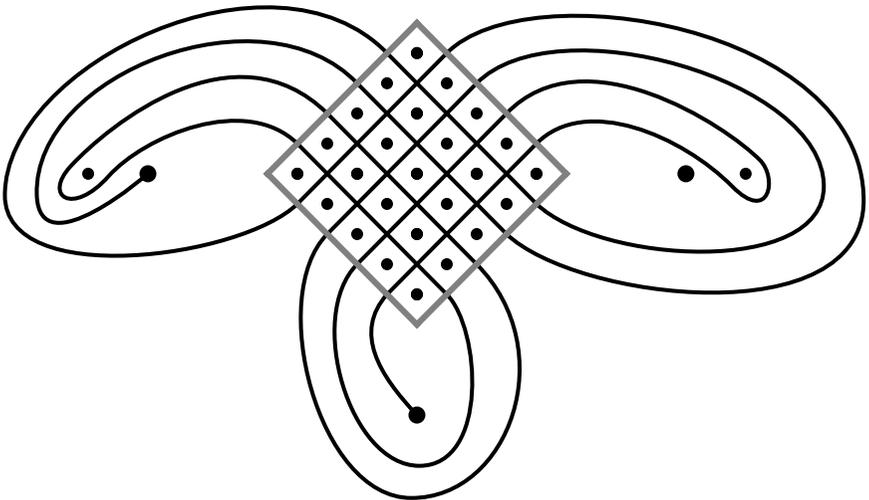


Figura 179

A Figura 179 mostra como um padrão quadrado pode ser alargado para um padrão-de-base monolinear. Talvez um desenhador cokwe utilizasse este padrão de base para criar o *lusona* apresentado na Figura 180. É de notar que o padrão de base foi topologicamente adaptado à ideia a ser transmitida pelo pictograma *tshihunda*: o emaranhado de paliçadas que cercam as casas duma povoação. Por outro lado, observa-se que mais tarde (e talvez por um outro mestre de desenho) foi acrescentada uma segunda linha fechada (um quadrado).



[Fontinha, p. 233]

Figura 180

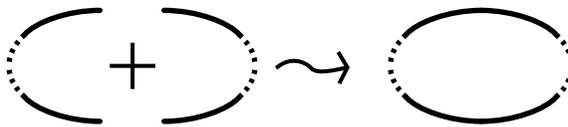
Capítulo 6

Regras de encadeamento

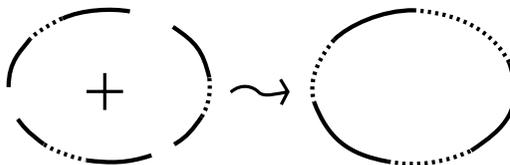
Os *sona* reproduzidos na literatura etnográfica sugerem que os *akwa kuta sona* conheciam algumas regras para ‘encadear’ padrões monolineares a novos e maiores padrões monolineares, e amiúde as aplicavam.

6.1 Primeira regra de encadeamento

A regra mais simples consiste na criação de um novo padrão monolinear fechado, juntando dois (ou mais) padrões monolineares abertos de tal modo que um extremo do primeiro *lusona* se ligue a um extremo do segundo *lusona* (vide a Figura 181). Depois ligam-se os dois extremos restantes e aparece um padrão monolinear fechado.



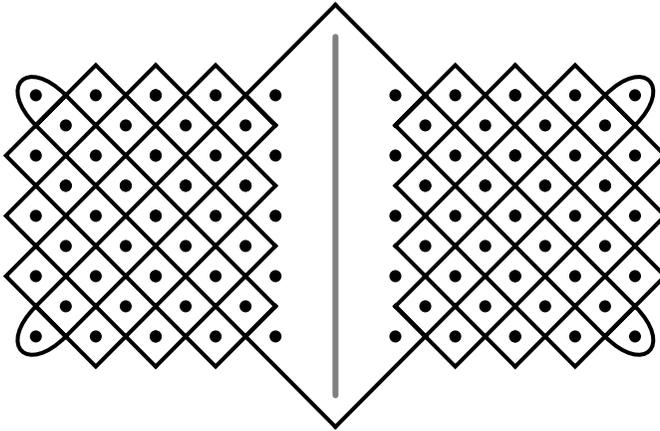
dois padrões monolineares abertos um padrão monolinear fechado



três padrões monolineares abertos um padrão monolinear fechado

Representação esquemática da primeira regra de encadeamento

Figura 181



[Fontinha, p. 203]
 Figura 182

A Figura 182 dá um exemplo onde dois padrões-de-esteira-entrecruzada monolineares da classe B se encadeiam a um *lusona* monolinar fechado. Neste caso torna-se possível desenhar todo o padrão com ambas as mãos (cada mão desenha uma metade). Este *lusona Munguanha* representa o campo de luta entre Cokwe e soldados portugueses, próximo do rio Munguanha afluente leste do Chiumbe, travada por volta de 1925 (Fontinha, 1983, p. 204).

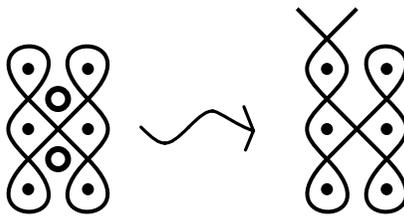
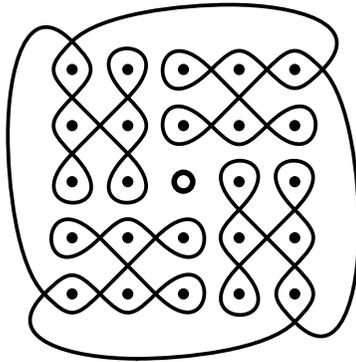


Figura 183

Aves na floresta

Uma das aplicações da primeira regra de encadeamento encontra-se na construção de *sona* monolineares com simetria rotacional de 90° ou 180°: juntam-se quatro exemplares do mesmo *lusona*, ligando consecutivamente os extremos obtidos após ter aberto, se necessário, os *sona* fechados. Na Figura 183 dá-se um exemplo da abertura de um *lusona* fechado, denominado *laswa ya tunjir*, ou seja, duas aves *tunjir*

nos seus ninhos. Ligando os extremos como mostra a Figura 184 obtém-se o *lusona usake wa gundu*, representando uma floresta onde abunda a ave *gundu*.



[Fontinha, p. 271]
Figura 184

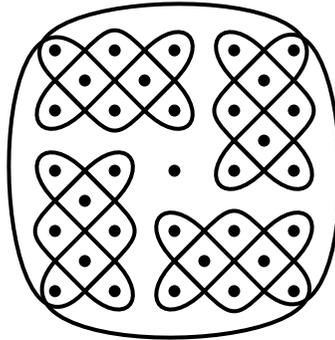


Figura 185

Do mesmo modo podem-se construir os desenhos ilustrados nas Figuras 185 e 186 a partir do padrão-de-esteira-entrecruzada da classe A de dimensões de 3x2, com simetria rotacional de 90° e 180°, respectivamente. Kubik recolheu entre os Luchazi, em 1979, uma variante interessante, reproduzida na Figura 187, denominada *kalolo-muzike na kalolo-wambata*, o rato solteiro e o rato casado. Este *lusona* foi desenhado por Jeremiah Makonde, na altura com cerca de 70 anos de idade (Kubik, 1987a, p.107). Um outro exemplo vê-se no *lusona* dos homens-leões da Figura 188.

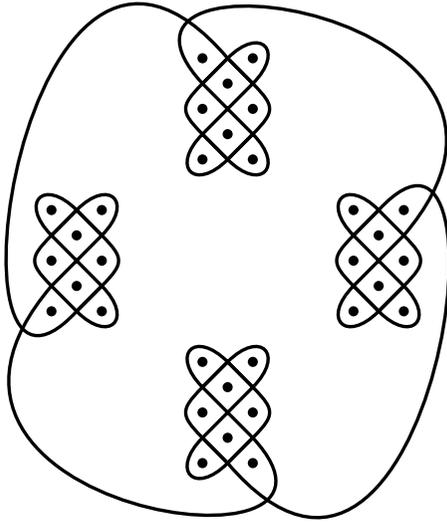
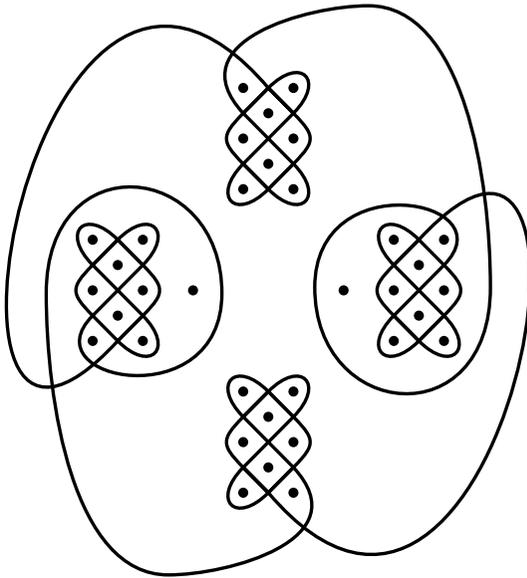
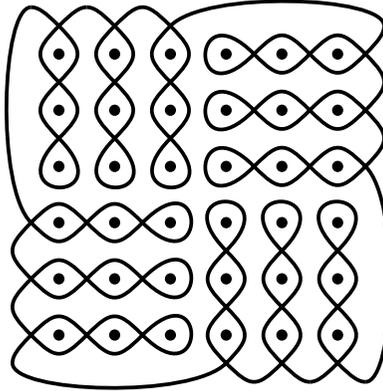


Figura 186



[Reconstrução: Kubik, 1987a, p. 107]

Figura 187

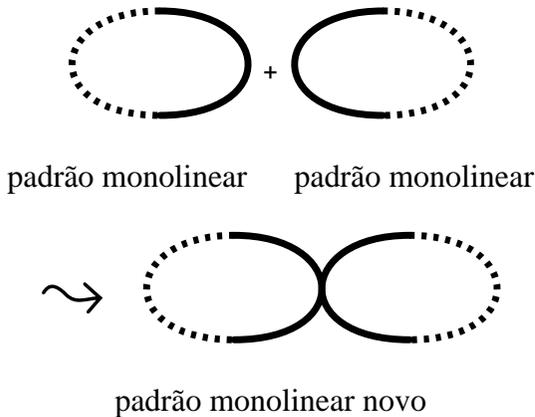


[Pearson, p. 74]

Figura 188

6.2 Segunda regra de encadeamento

A segunda regra diz que aparece um novo padrão monolinear quando se ‘fundem’ num ponto dois padrões monolineares (vide a Figura 189).



Representação esquemática da segunda regra de encadeamento

Figura 189

Facilmente se justifica esta regra. Pode-se começar no nó que apareceu deste modo, percorrer o primeiro padrão, voltar ao nó e depois percorrer o segundo padrão até chegar de novo ao ponto de partida (vide a Figura 190).

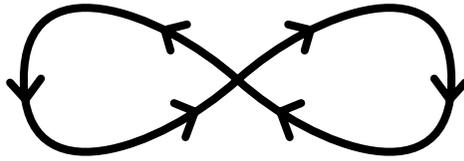
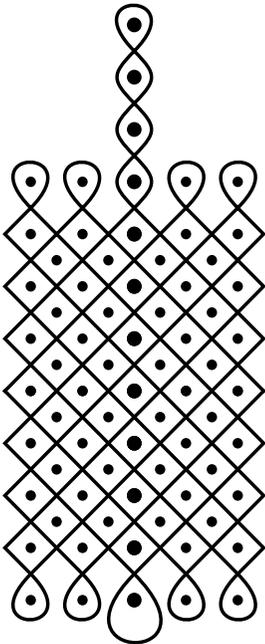
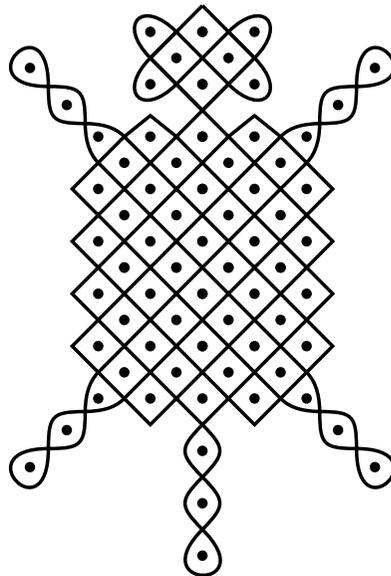


Figura 190

Nas Figuras 191, 192 e 193 dão-se exemplos de *sona* em que se aplicou, uma ou mais vezes, a segunda regra de encadeamento. Os padrões parciais pertencem, em cada um dos exemplos, à classe A de padrões-de-esteira-entrecruzada (1x1, 2x3, 3x2, 7x5 ou 6x5). Os *sona* da Figura 191 são chamados *lambo rya kajama*, representando a pele de leopardo, que constitui um símbolo da realeza. Os desenhos na Figura 192 representam: (a) *tshingunzo nyi tangwa*, referente a uma historieta alusiva a um morcego e o Sol; (b) *kanvanda*, um escorpião; (c) *kanzenze*, história referente a uma festa dada por um grilo; (d) *uaswa wa riembe*, ninhos de pombos e (e) *ntsimba*, espécie de ‘genet’, respectivamente. Os dois *sona* da Figura 193, axialmente simétricos entre si, são chamados *ku tuva vufuati* e *rimba riá pembe*.

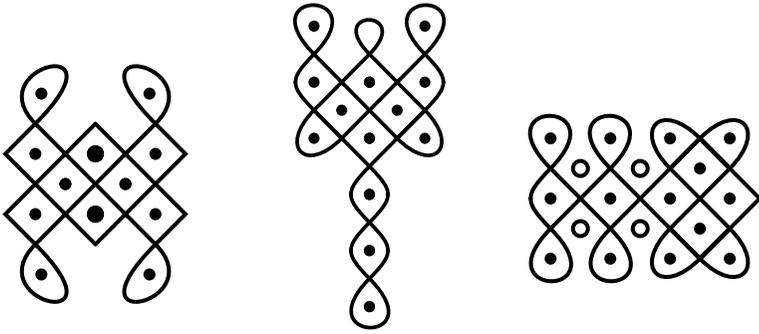


a [Fontinha, p. 203]



b [Pearson, p. 199]

Figura 191



[Fontinha, p. 245]

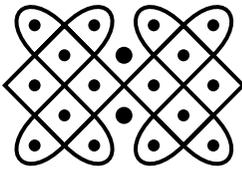
a

[Fontinha, p. 239]

b

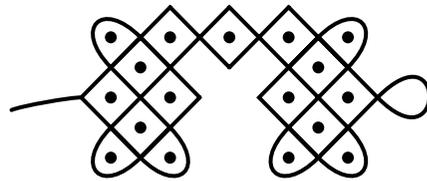
[Fontinha, p. 269]

c



[Fontinha, p. 259]

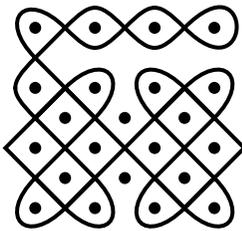
d



[Pearson, p. 166]

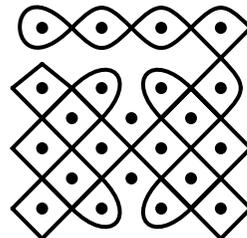
e

Figura 192



[Pearson, p. 136]

a



[Dos Santos, p. 93]

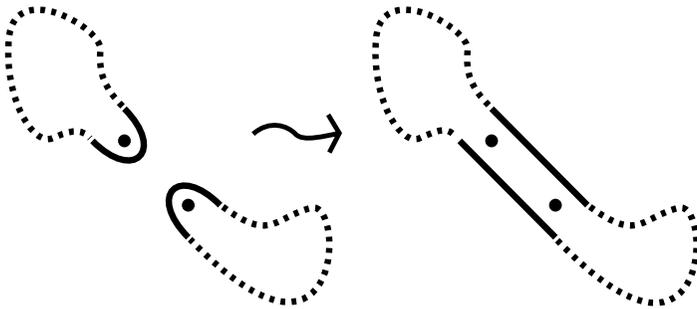
b

Figura 193

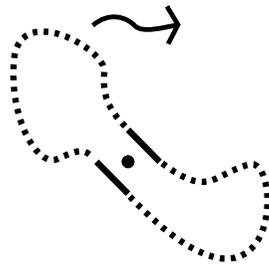
O primeiro é alusivo ao perfurar dos intestinos e é usado quando alguém levanta uma questão em público que melhor devia não ser dita. O segundo refere-se a um curral de cabras.

6.3 Terceira regra de encadeamento

Padrões monolineares fechados também podem ser ‘encadeados’ de outra maneira a padrões monolineares novos. A Figura 194 mostra esquematicamente a ideia deste encadeamento. Pode-se completar uma ou duas fases sucessivas. Durante a primeira, ‘fundem-se’ as linhas num lugar da fronteira (Figura 194b). Em seguida, podem fundir-se os dois pontos de fronteira num único ponto (vide a Figura 194c).



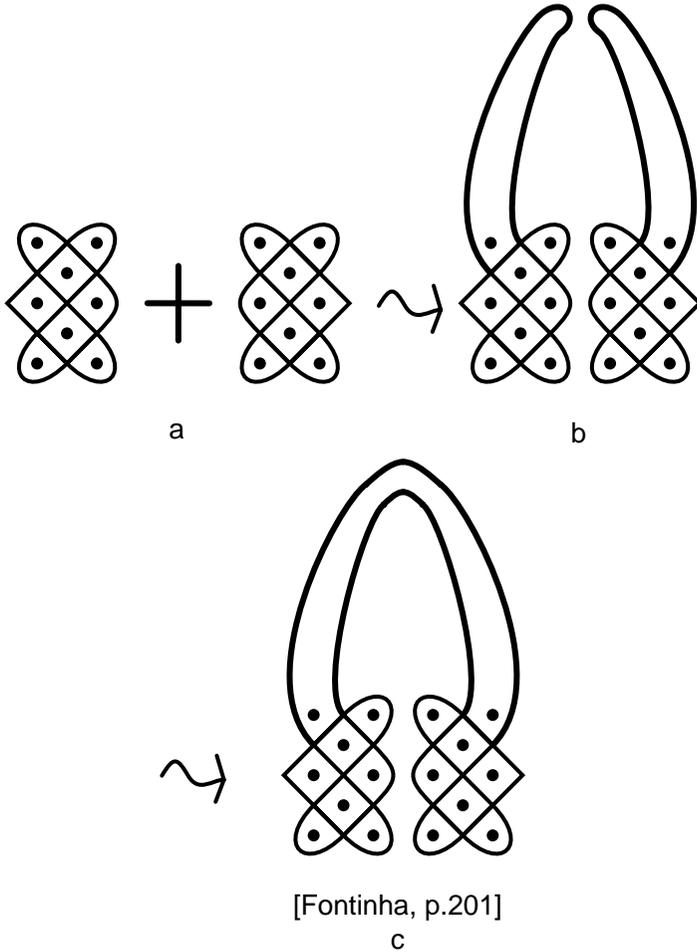
a: dois padrões monolineares b: primeira fase da fundição



c: segunda fase da fundição

Representação esquemática da terceira regra de encadeamento
Figura 194

A Figura 195c mostra o *lusona lubembe*, que ilustra um chocalho duplo de ferro (símbolo de realeza). Nas Figuras 195a e b indica-se a possível formação deste padrão. Apenas se completa a primeira fase da terceira regra de encadeamento.



[Fontinha, p.201]

c

Figura 195

A Figura 196 dá um segundo exemplo. Do *lusona* na Figura 196b foram recolhidos três variantes. As diferenças são ligeiras. A primeira é denominada *miyômbô wa mushima*, alusiva às árvores de culto em recinto fechado, onde se reuniam os homens de armas e de confiança de grandes chefes cokwe como Mwatshisenge e Mwandumba (Fontinha, 1983, p. 256). A segunda é a versão curvilínea da primeira e tem significado semelhante (Hamelberger, 1952, p. 330). A terceira, recolhida por Dos Santos, foi chamada *tchinhingika*, coisa difícil mas feita (Dos Santos, 1961, p.123).

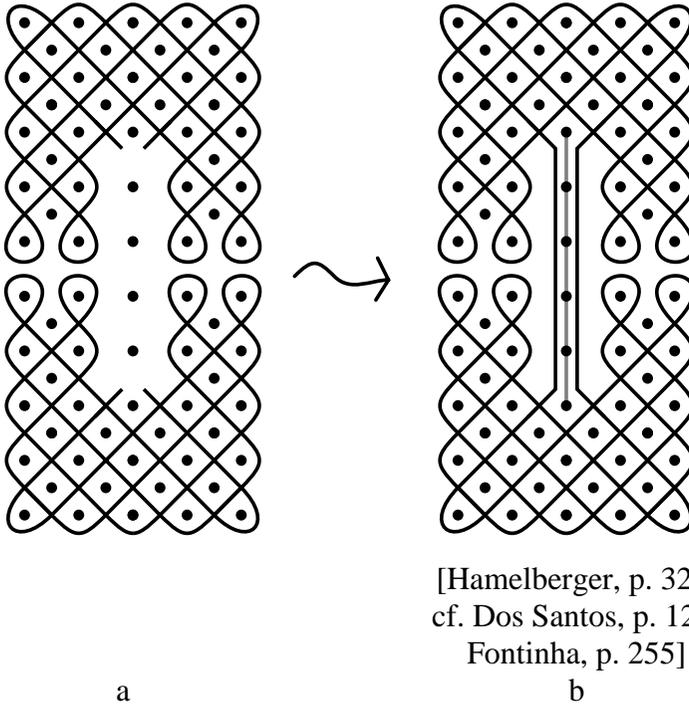
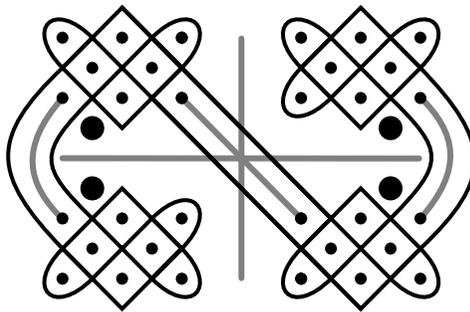


Figura 196



[Fontinha, p. 257]
Figura 197

Mahamba-templo

O *lusona mahamba já myanangana nyi ana jyenyi* ilustrado na Figura 197 refere-se ao recinto-templo de ídolos protectores de notáveis e seus descendentes (Fontinha, 1983, p. 258). A sua estrutura de base (Figura 198d) foi construída a partir de quatro padrões-de-esteira-entrecruzada de dimensões de 2x3 (Figura 198a), onde a

primeira fase da terceira regra de encadeamento foi aplicada três vezes. Depois da marcação dos pontos da rede, ligaram-se entre si por linhas auxiliares os pontos da rede a serem fundidos (Figura 198b). Isto facilita muito a execução do desenho. O resultado final é monolinear. O inventor deste *lusona* pretendia conscientemente obter um desenho monolinear com simetria rotacional de 180° .

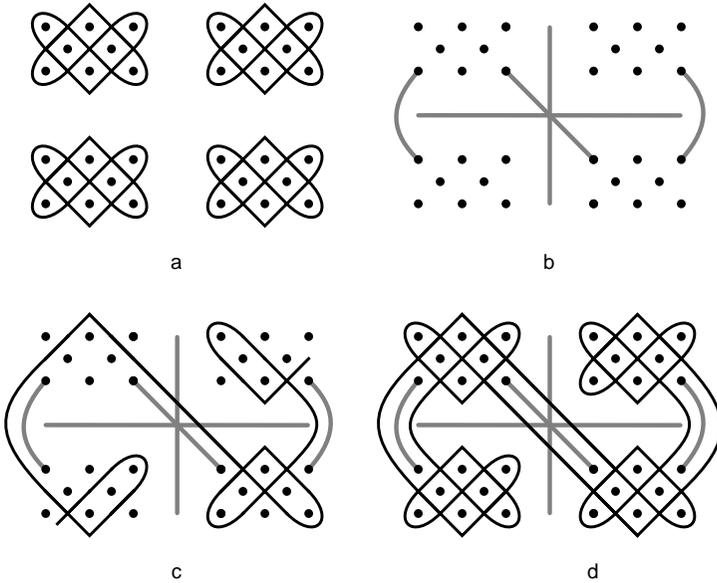
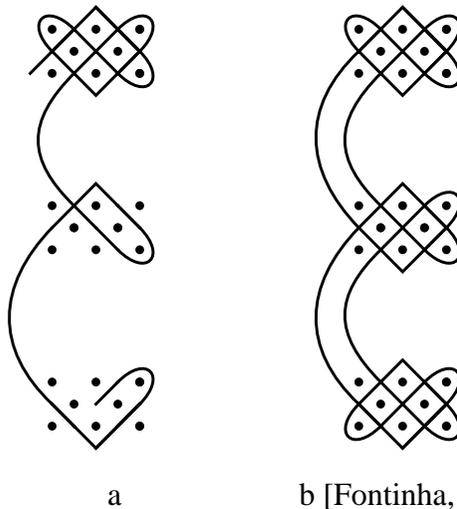
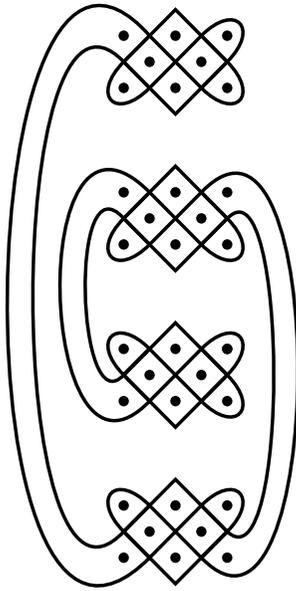


Figura 198

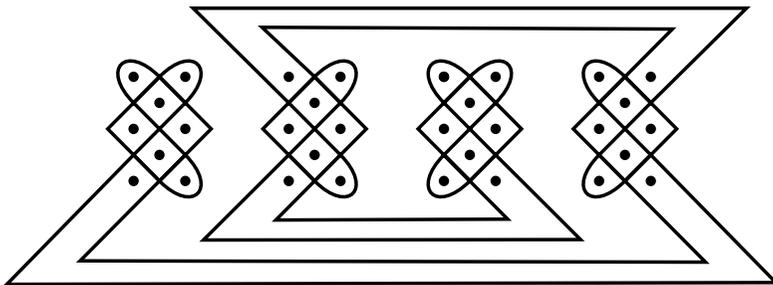


a b [Fontinha, p. 143]
Figura 199

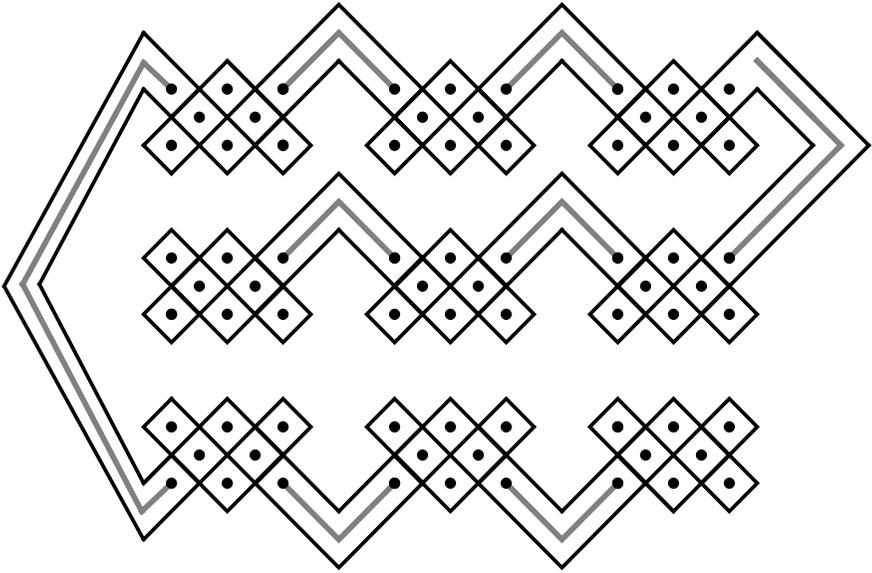
Os *sona* apresentados nas Figuras 199b, 200 e 201 mostram que não é indispensavelmente necessário ligar previamente os pontos a serem fundidos por linhas auxiliares: basta o desenhador ter bem em mente quais são os pontos a fundir. Os *sona* em espiral ilustrados nas Figuras 200 e 201 são semelhantes. O primeiro *vungendzi vua muntu*, recolhido entre os Ngangela, refere-se a uma viagem; o segundo *manzwo a tunzenga*, recolhido entre os Cokwe, é alusivo a um conjunto de quatro casas de forma quadrangular.



[Fontinha, p. 231]
Figura 200

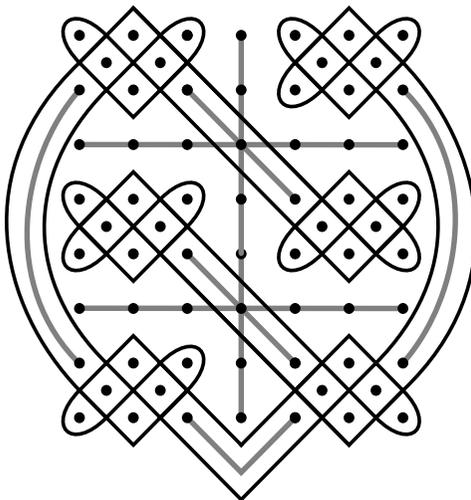


[Pearson, p. 34]
Figura 201

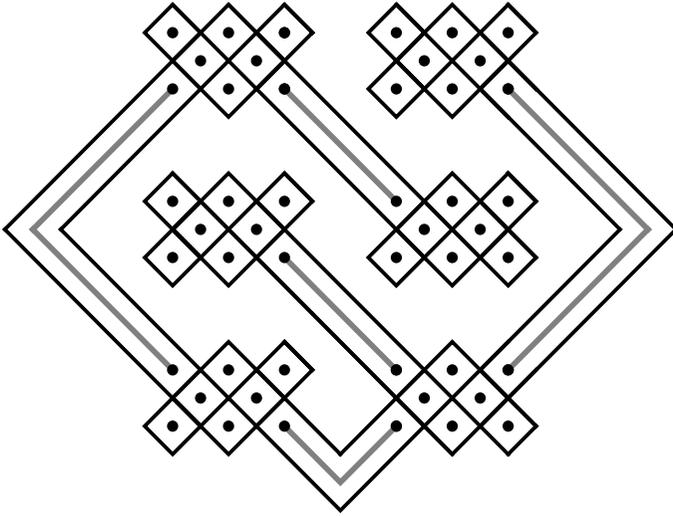


[Dos Santos, p. 116]
Figura 202

Um outro desenho na areia, igualmente em espiral e monolinear, para o qual se utilizou o mesmo algoritmo de construção, mostra-se na Figura 203: é referente a um estabelecimento comercial, com entrada, balcão e vários armários (Dos Santos, 1961, p. 116).



[Hamelberger, p. 327; Dos Santos, p. 105; Fontinha, p. 251]
Figura 203



[Dos Santos, p. 117]
Figura 204

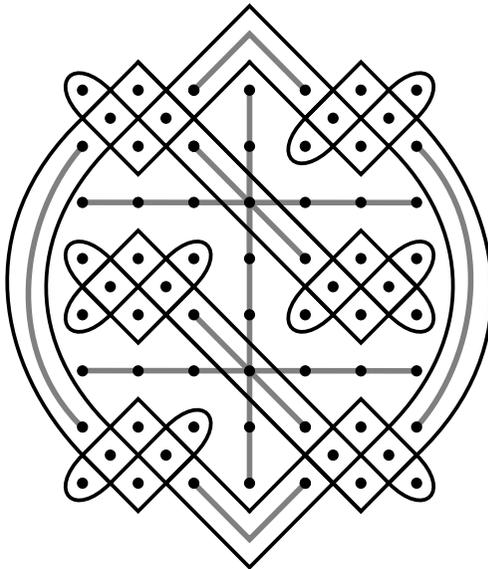
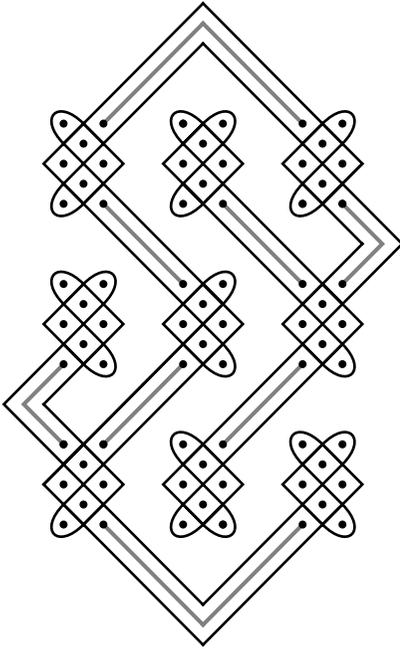


Figura 205

Nas Figuras 203 e 204 ilustram-se dois *sona* semelhantes. O primeiro *miômbo ya mianangana* é alusivo às árvores ancestrais de notáveis (Hamelberger, 1952, p. 329; Dos Santos, 1961, p. 105; Fontinha, 1983, p. 252). O segundo representa o trajecto longínquo e

difícil da Lunda para Portugal (Dos Santos, 1961, p. 117). Estes *sona* monolineares quase apresentam uma simetria rotacional de 180° . Aqui a monolinearidade e a simetria não se toleram mutuamente: se se construir o padrão, como na Figura 205, com uma simetria rotacional de 180° , o mesmo perde a sua monolinearidade.



[Fontinha, p. 253]
Figura 206

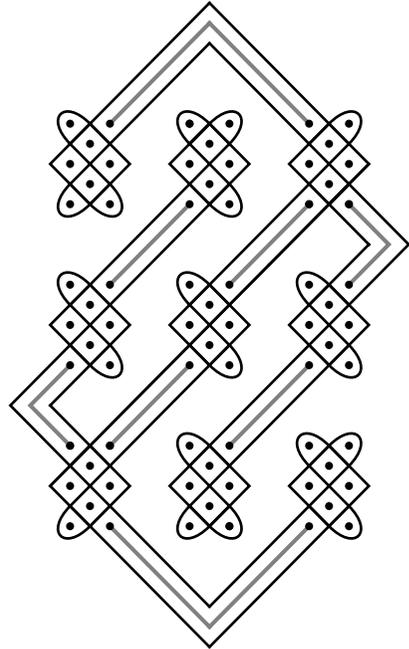
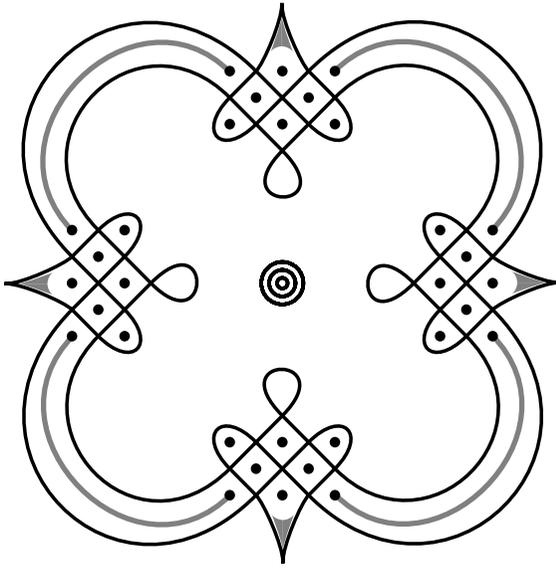


Figura 207

Outro desenho na areia (vide a Figura 206), baseado numa aplicação do mesmo algoritmo geométrico, é chamado *mpanzu*, ou seja, labirinto. Para a sua construção utilizou-se oito vezes a terceira regra de encadeamento. Embora o desenho seja monolinear, não é simétrico. Desta vez, no entanto, teria sido possível uma alternativa monolinear com uma simetria rotacional de 180° (vide a Figura 207).

Caracterizado por uma simetria rica (quatro eixos de simetria), o *lusona mbatshi maria hua* (vide a Figura 208) representa quatro cágados, comendo cogumelos. Sem contar com o centro e os segmentos auxiliares, o desenho é 2-linear. Quando o seu inventor fechou a cerca, o padrão perdeu a monolinearidade: o desenho com cerca ‘aberta’ e apenas um eixo de simetria, ilustrado na Figura 209, é

composto por uma única linha. Aqui estamos perante mais um exemplo em que uma simetria rica e a monolinearidade não são compatíveis.



[Fontinha, p. 173]
Figura 208

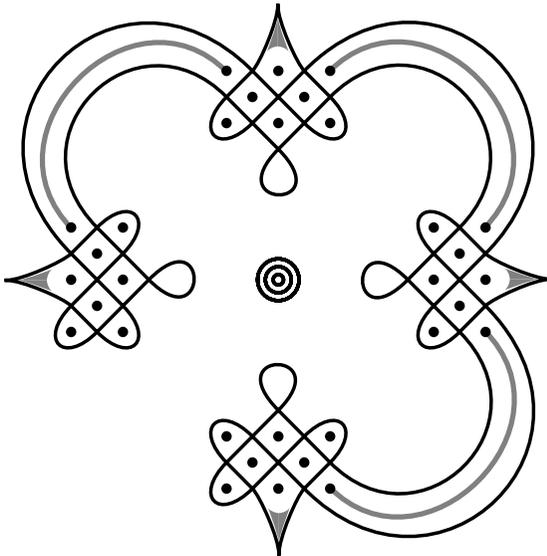
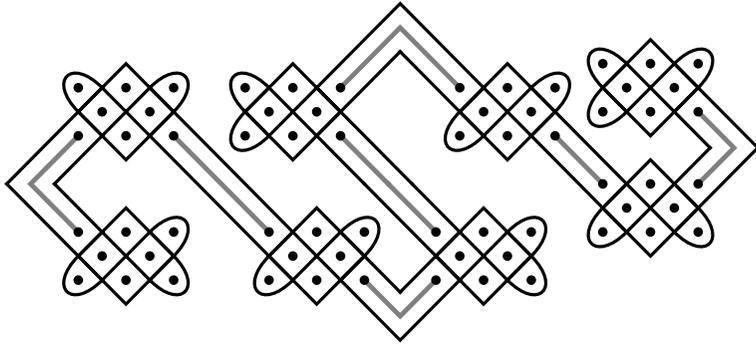


Figura 209



[Fontinha, p. 179]

a

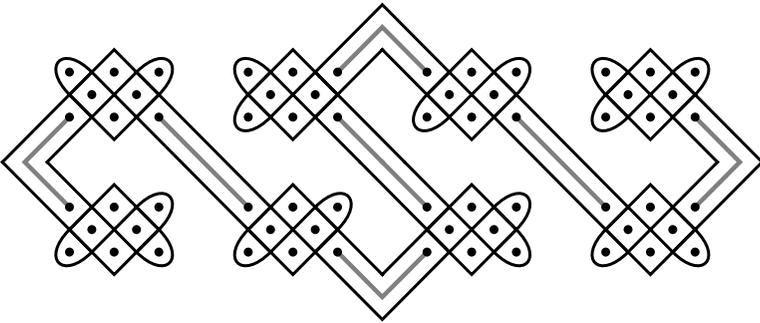
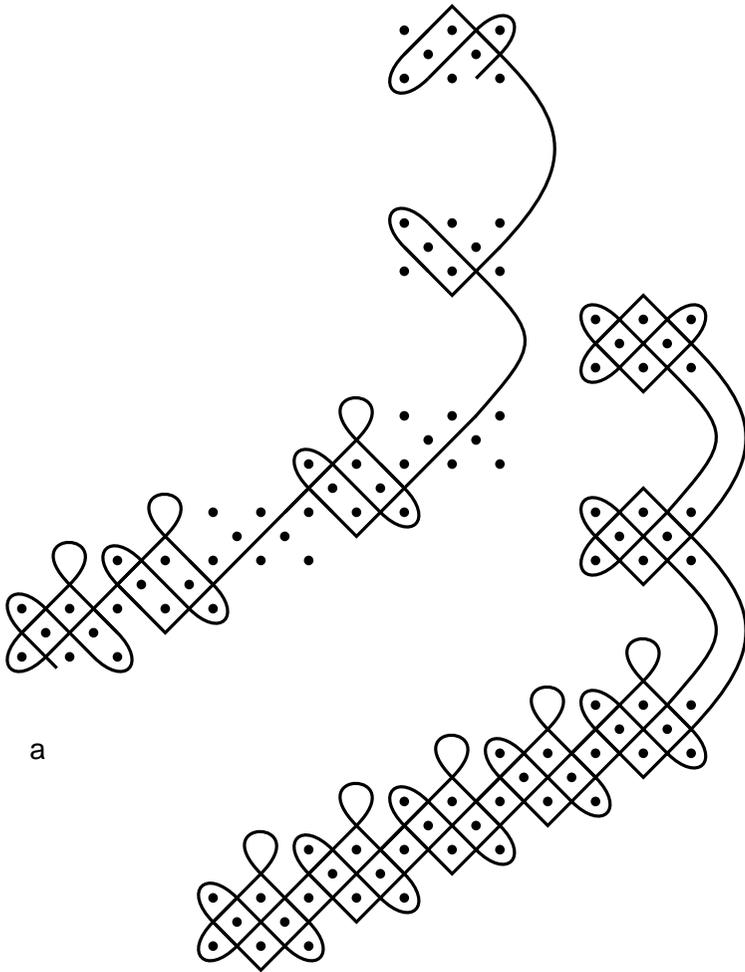


Figura 210

O *lusona* na Figura 210a denomina-se *nzongo rya mungwa*, alusivo a salinas que existiam na foz dos riachos Cafacumbi e Carimba (Fontinha, 1983, p. 180). O padrão é monolinear e apresenta (quase) uma simetria rotacional de 180° (vide a versão simétrica na Figura 210b). Se se unissem os extremos, aplicando a mesma regra de encadeamento, perder-se-ia a monolinearidade.

Na construção do *lusona* mostrado na Figura 211b aplica-se seis vezes a terceira regra de encadeamento, avançando-se por duas vezes apenas até à primeira fase. Quatro vezes se completou também a segunda fase, em que se fundem os próprios pontos da rede (vide a Figura 212). Na Figura 211a apresenta-se um momento possível na execução deste *lusona*.



a

b

[Fontinha, p. 143]

Figura 211

Autofunção?

A Figura 213b mostra o *lusona mukwa kutala ngoma*, alusivo a uma pessoa contente ao descobrir uma colmeia colocada numa árvore. Neste desenho teve lugar uma ‘autofunção’ de dois pontos, que pertencem a lados distintos da rede. Talvez os *akwa kuta sona* experimentassem a ‘autofunção’ (cf. os exemplos monlineares hipotéticos nas Figuras 214 e 215) e talvez conhecessem algumas regras de autofunção.

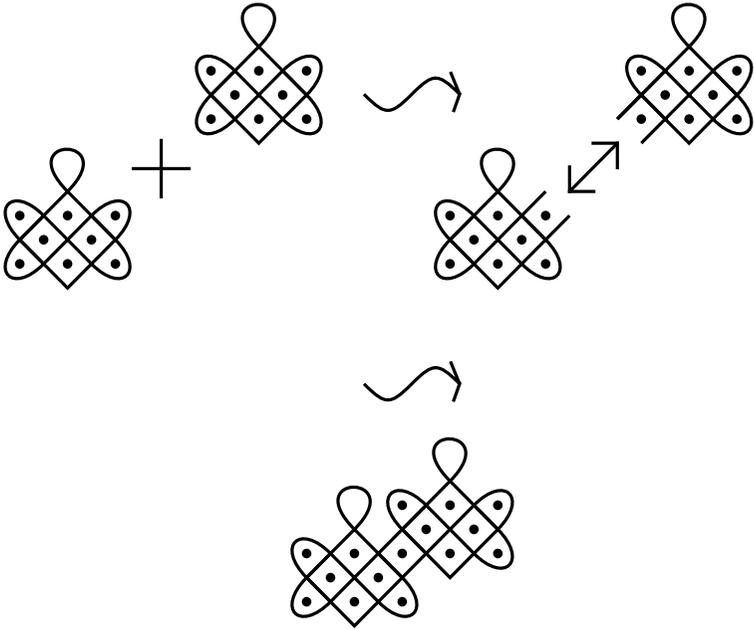
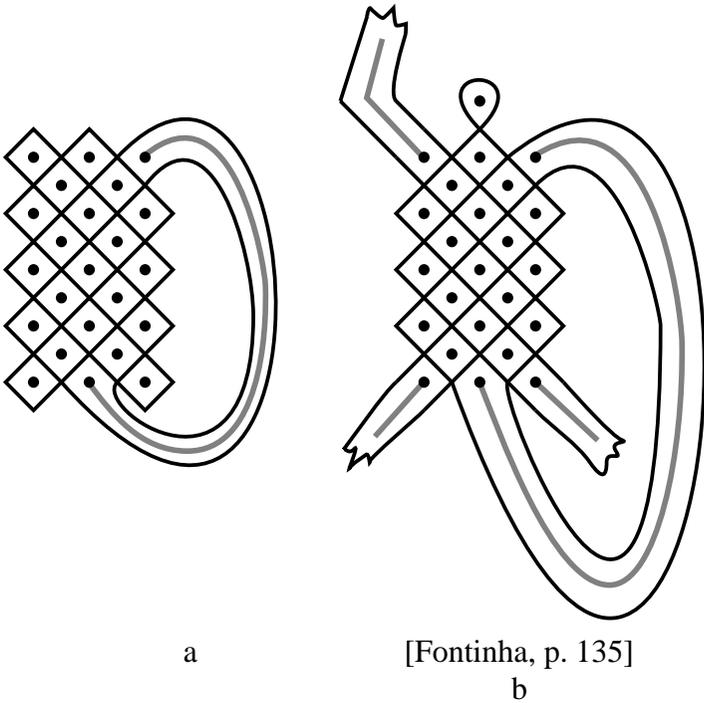


Figura 212



a

[Fontinha, p. 135]

b

Figura 213

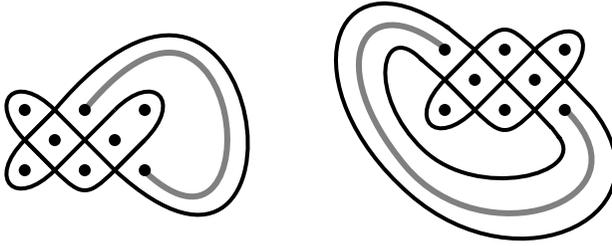


Figura 214

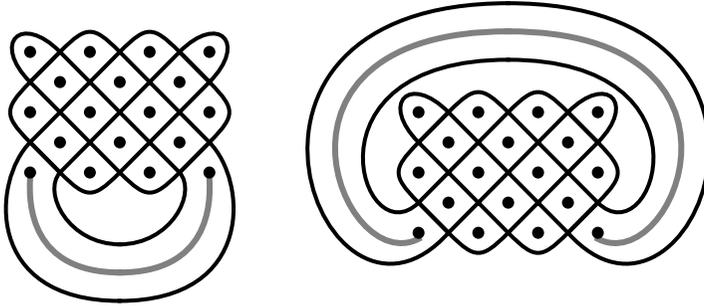
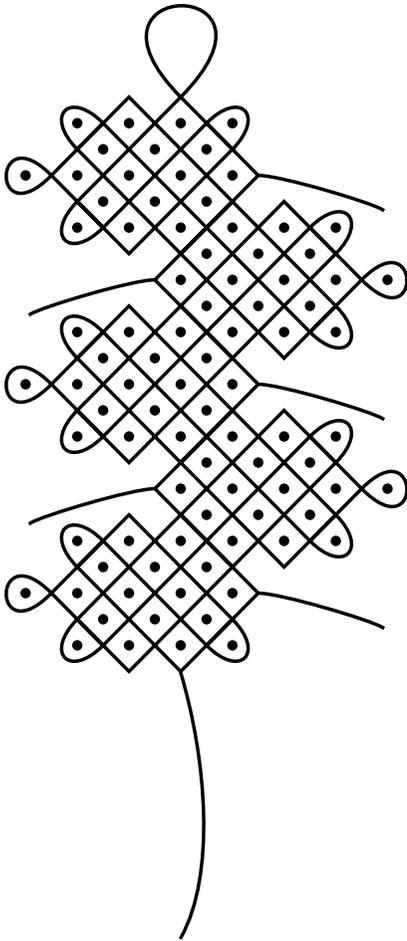


Figura 215

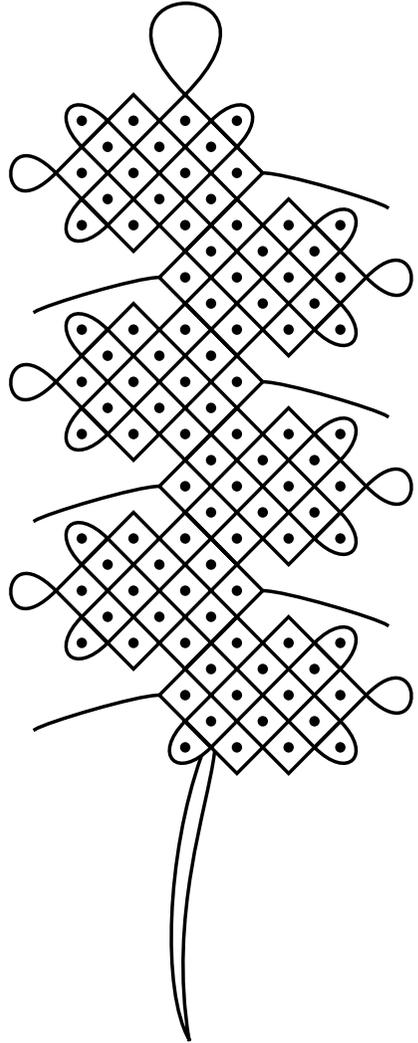
6.4 Quarta regra de encadeamento

O *lusona kajama nyi ana atanu* (vide a Figura 216) representa um leopardo com cinco filhos. O desenho é monolinear se não contarmos as caudas que se acrescentam no fim. Foi formado a partir de cinco elementos de padrão-de-esteira-entrecruzada da classe A. De cada vez, dois elementos vizinhos têm dois pontos da rede em comum.

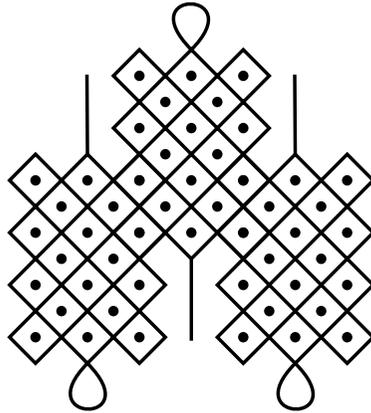
Comparemos este desenho com o *lusona kajama nyi ana àsambanu*, representação de um leopardo com seis filhos (Figura 217). De novo estamos perante um desenho monolinear, se não tomarmos em consideração as caudas. Desta vez foi formado com base em seis elementos de padrão-de-esteira-entrecruzada. A Figura 218 mostra o *lusona koluama nhi ana* simbolizando um leopardo com filhos.



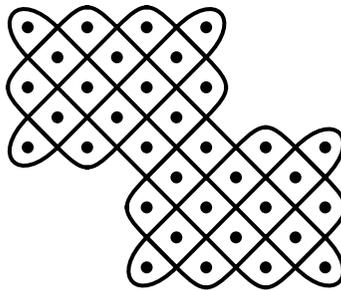
[Fontinha, p. 179]
Figura 216



[Fontinha, p. 183]
Figura 217



[Dos Santos, p. 45]
Figura 218



[Kubik, 1987a, p. 62]
Figura 219

Kubik recolheu entre os Luchazi o desenho reproduzido na Figura 219, denominado *kambava wamulivwe*, representando o animal chamado *kambava* que morreu no interior duma rocha. O desenho foi executado em 1973 por Mwangana Kalunga Ntsamba Chiwaya, de 75 anos de idade. Este *lusona* é composto da mesma maneira que os três anteriores: desta vez, a partir de dois daqueles elementos de padrão-de-esteira-entrecruzada da classe A e de dimensões de 3x4. Na Figura 220 apresento esquematicamente este encadeamento.

Outros *sona* podem igualmente ser considerados como construídos de igual modo a partir de elementos de padrão-de-esteira-entrecruzada. A Figura 221a mostra o *lusona tambwe*, representando um leão, em que três elementos de padrão-de-esteira-entrecruzada de

dimensões 2x3 foram encadeados para um padrão igualmente monolinear (vide o esquema na Figura 221b).

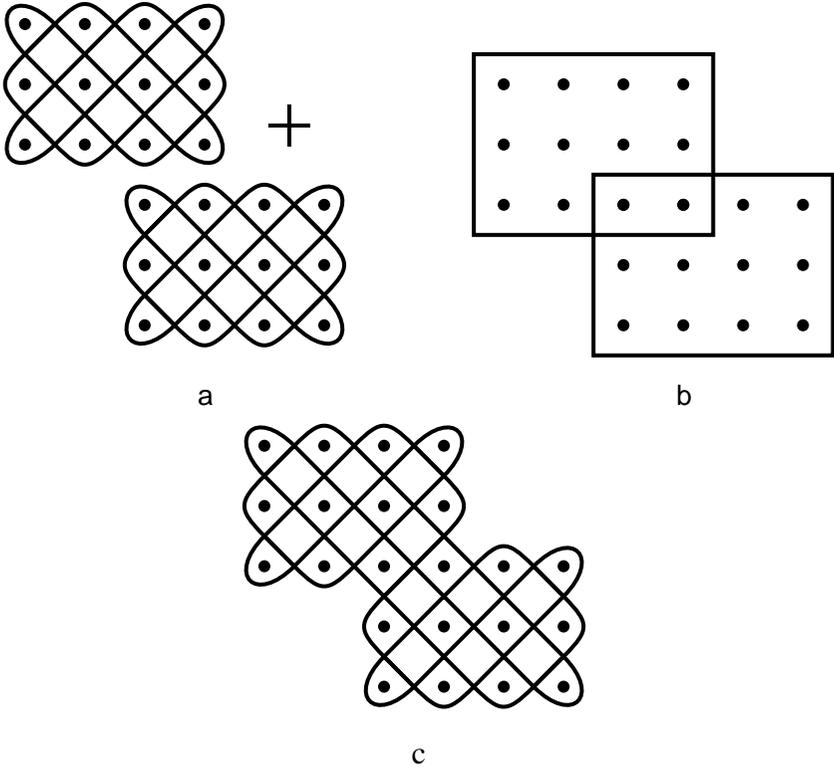
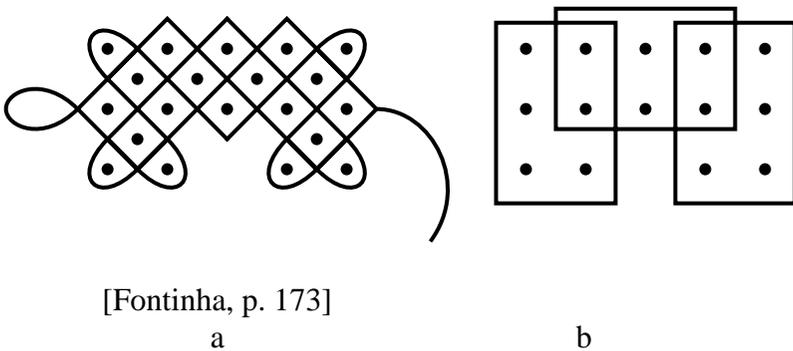


Figura 220



[Fontinha, p. 173]

Figura 221

Estes exemplos fazem-nos supor que os *akwa kuta sona* que os inventaram, conheciam, de uma ou de outra forma, a seguinte regra de encadeamento:

“quando se marcam na areia os pontos das redes de dois padrões-de-esteira-entrecruzada monolineares da classe A, de tal modo que elas tenham exactamente dois pontos em comum, então o novo padrão desenhado, utilizando o algoritmo da esteira-entrecruzada, em torno dos pontos da rede maior formada desta maneira, é também monolinear”.

Agora levanta-se imediatamente a pergunta de como é que este conhecimento podia ter sido adquirido. Foi meramente um resultado empírico no sentido de que foi deduzido ou abstraído de experimentações com o encadear de tais redes de pontos? Ou, em contrapartida, esta regra foi, de uma ou de outra maneira, quase imediatamente evidente em geral, tal como as três primeiras regras de encadeamento o são? Ou resultou talvez mais de alguma observação ou experimentação, completada por um raciocínio adequado?

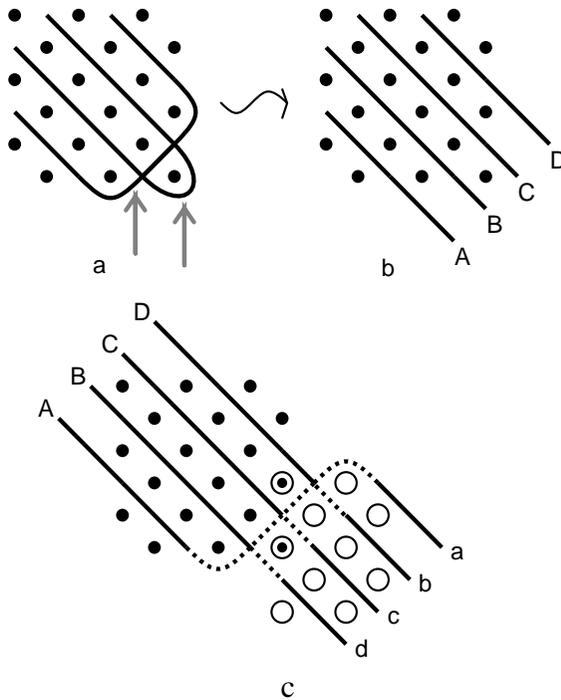


Figura 222

Na minha opinião a última possibilidade parece a mais provável. Apresento, em seguida, duas vias possíveis para chegar ao conhecimento indicado.

Consideremos o caso em que cada um dos dois pontos em comum seja um vértice de uma das duas redes de pontos (o raciocínio no caso em que isto não acontece, é análogo). Ao encadear os dois padrões-de-esteira-entrecruzada, ‘corte-se’ cada padrão-de-esteira-entrecruzada em dois lugares (vide a Figura 222a) e deste modo aparecem quatro extremidades. Estas quatro extremidades do primeiro padrão-de-esteira-entrecruzada (A, B, C e D respectivamente) encadeiam-se com as quatro extremidades a, b, c e d do outro padrão-de-esteira-entrecruzada: ligam-se A com a, B com d, C com c e D com b respectivamente (vide a Figura 222b).

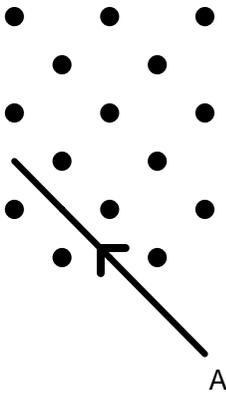


Figura 223

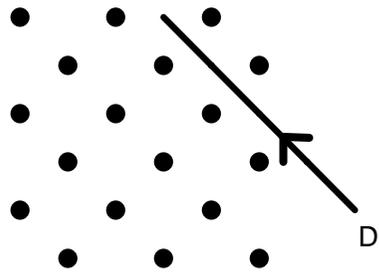


Figura 224

- a) Supomos, em primeiro lugar, que os *akwa kuta sona* tivessem observado que se percorrem estas quatro extremidades nos padrões monolineares originais sempre (quer dizer, independentemente das dimensões ou forma das redes de pontos) na sequência de ABCD (iniciando o percurso em A e subindo para a esquerda, vide a Figura 223) e abcd, ou inversamente na sequência de DCBA (iniciando o percurso em D e subindo para a esquerda, vide a Figura 224) e dcba, respectivamente. Um dos *akwa kuta sona* podia, na base disto, concluir que, sem desenhar (ou percorrer) na realidade o novo padrão encadeado, este se percorre numa vez só na sequência

ABdcCDba,

ou inversamente, na sequência
 $abDCcdBA$.

Por outras palavras, os *akwa kuta sona* podiam assim chegar à conclusão geral de que os novos padrões, encadeados deste modo, são igualmente monolineares.

É possível que para poder chegar a esta conclusão geral a influência da experiência tenha sido menor e que o papel desempenhado por considerações adequadas tenha sido maior, como mostrarei em seguida.

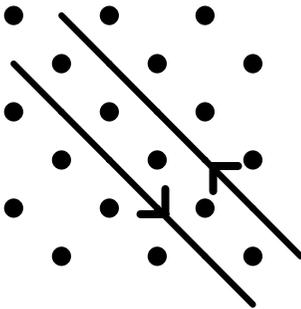


Figura 225

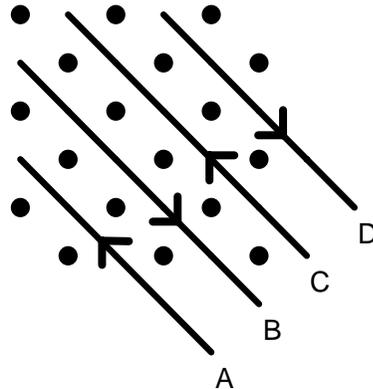


Figura 226

- b) Supomos agora que os inventores desta regra de encadeamento soubessem na base da sua experiência que em qualquer padrão-de-esteira-entrecruzada dois trechos paralelos e vizinhos se percorrem sempre em sentidos opostos (vide a Figura 225). Percorramos o padrão encadeado, iniciando o percurso em A e subindo para a esquerda. Sem desenhar ou percorrer o padrão na realidade, o mestre de desenho pode concluir que ele só pode voltar através de B ou D até à esquina da primeira rede original de pontos (vide a Figura 226). Através de D, no entanto, não é possível, porque implicaria, tendo em conta a ligação entre A e D nesta esquina, que o primeiro padrão original não fosse monolinear (vide a Figura 227). Por consequente, a única possibilidade consiste em a linha ser percorrida na ordem AB. Depois do encadeamento, B é ligado a d. Repetindo a mesma reflexão para o segundo padrão original, vê-se que a linha só pode

ser percorrida na sequência dc. Depois do encadeamento vai-se de c para C, etc. A sequência total dos trechos percorridos fica

ABdcCDba,

isto é, percorrem-se todas as oito 'extremidades'. Por outras palavras, o novo padrão encadeado é monolinear.

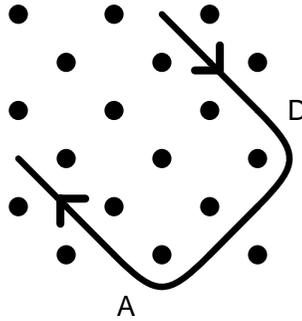
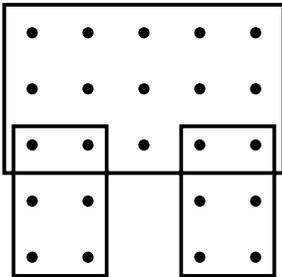


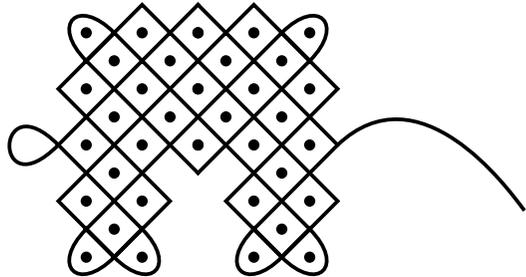
Figura 227

Em ambos os casos (a) e (b) adquiriu-se um conhecimento geral (que podemos designar por teorema) na base de conhecimento empírico (axioma) e por meio de um raciocínio justificado (demonstração).

A Figura 228b dá mais um exemplo em que esta regra de encadeamento possivelmente se tenha utilizado por duas vezes.



a



[Fontinha, p. 191]

b

Figura 228

6.5 Regra de eliminação

Para além de regras de encadeamento, conheciam-se provavelmente também algumas regras de eliminação. A primeira regra de eliminação diz o seguinte:

“Quando se elimina um ponto de intersecção de duas partes da linha dum padrão-de-esteira-entrecruzada monolinear, então o padrão torna-se 2-linear”.

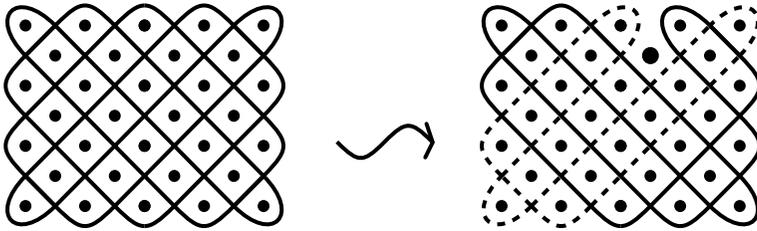


Figura 229

A Figura 229 mostra um exemplo. Quando se elimina depois um ponto de intersecção, onde se cruzam as duas linhas obtidas, obtém-se, de novo, um padrão monolinear. No nosso exemplo existem exactamente duas possibilidades de fazê-lo, de tal modo que o padrão novo obtenha uma simetria axial ou rotacional (vide a Figura 230). Estas duas possibilidades encontram-se realizadas nos *sona* apresentados na Figura 231. Já encontramos o primeiro *lusona*: representa uma árvore ancestral. O segundo é alusivo a uma hiena que apanhou uma cabra. Não se pode explicar a monolinearidade de ambos os padrões na base de uma das regras de encadeamento já analisadas. É possível que a descoberta dos dois padrões tenha sido puramente casual, mas isto parece-me, no contexto global dos *sona*, pouco provável.

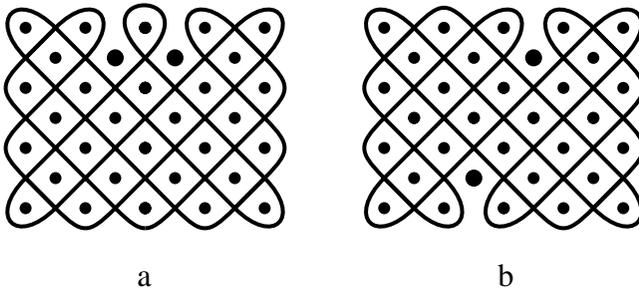
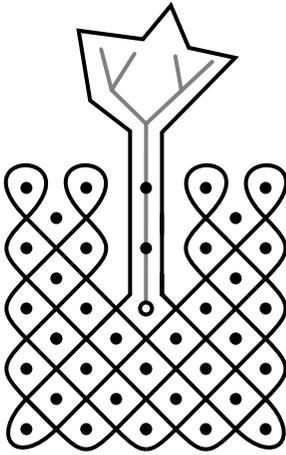
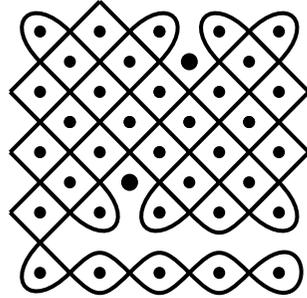


Figura 230



[Fontinha, p. 249]

a

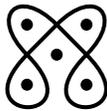


[Fontinha, p. 235]

b

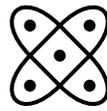
Figura 231

A Figura 232a mostra a representação do ninho de uma ave. É possível que este padrão monolinear tenha sido obtido a partir do padrão 2-linear da Figura 232b. Talvez resida aqui a descoberta da regra de eliminação.



[Hamelberger, p. 324;
Dos Santos, p. 64]

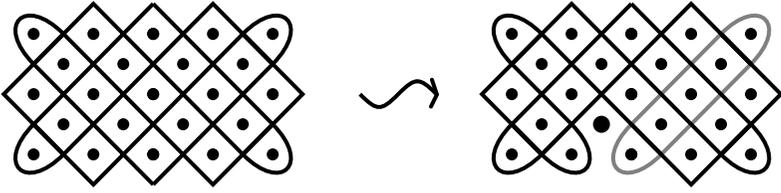
a



b

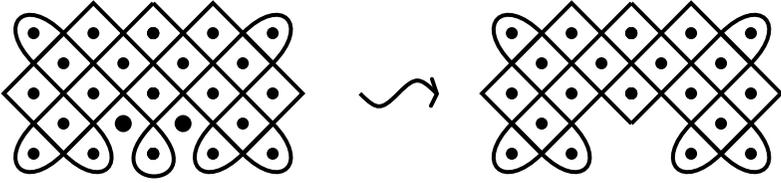
Figura 232

Com a ajuda desta regra de eliminação e da segunda regra de encadeamento pode-se também explicar a monolinearidade de um padrão como o do macaco representado na Figura 233e. Esta explicação constitui uma alternativa para a com a ajuda da quarta regra de encadeamento (vide a Figura 221b). Talvez os *akwa kuta sona* conhecessem as duas explicações possíveis, ou seja, achassem o padrão de base envolvido de duas maneiras distintas.



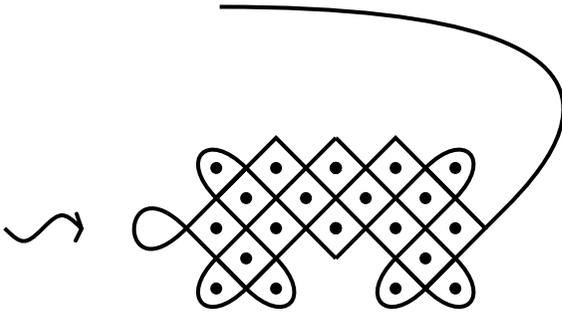
a

b



c

d



e

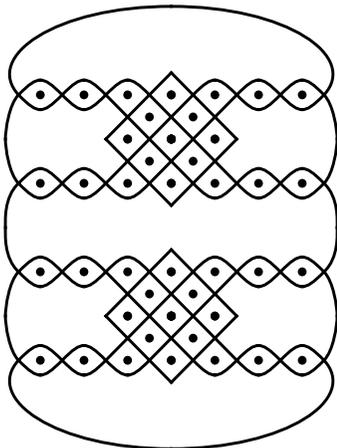
[Fontinha, p. 215]
Figura 233

Capítulo 7

Polilinear ou monilinear?

Uma armadilha de pesca

A Figura 234 representa *kahunda*, uma armadilha de pesca (Fontinha, 1983, p. 268). O padrão é composto por três linhas, onde duas constituem quadrados. Se se aumentarem um pouco as dimensões, pode-se obter um padrão monilinear parecido (Figura 235). Contudo, assim perdem-se os dois eixos perpendiculares de simetria. A Figura 235 apresenta apenas uma simetria rotacional de 180° .



3-linear

[Fontinha, p. 267]
Figura 234

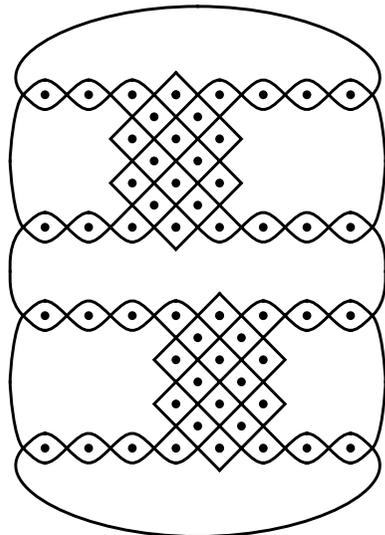


Figura 235

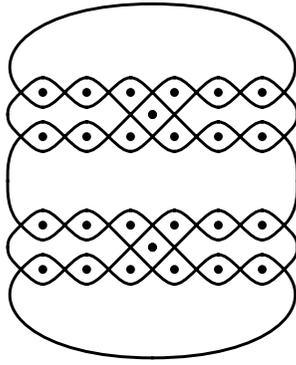
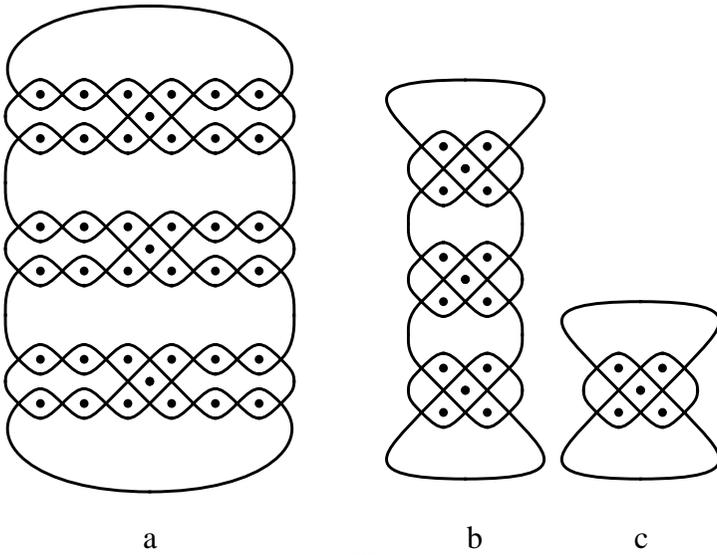


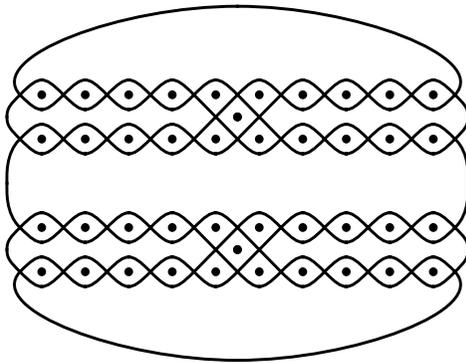
Figura 236



a

b

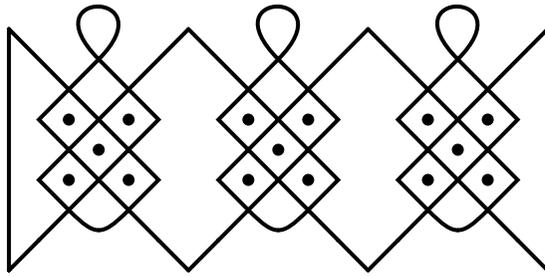
c



d

Figura 237

Se, em contrapartida, se diminuïrem as dimensões, eliminando simplesmente os dois quadrados, resta apenas a terceira linha e obtêm-se o padrão monolinear ilustrado na Figura 236, pertencente a uma classe de padrões monolineares que compreende também os desenhos da Figura 237. A Figura 237d constitui o elemento mínimo da classe e é um *lusona* bem conhecido. A Figura 237c assemelha-se ao *lusona* chamado de *lôzo*, alusivo a três patos selvagens voando em fila (Hamelberger, 1952, p. 327; Fontinha, 1983, p. 149) ou chamado de *máunda* referente a três cegonhas em voo (Dos Santos, 1961, p. 53) (vide a Figura 238). Na base destes desenhos encontra-se um padrão-de-esteira-entrecruzada da classe D (vide a Figura 239).



[Hamelberger, p. 327; Dos Santos, p. 53; Fontinha, p. 149]
 Figura 238

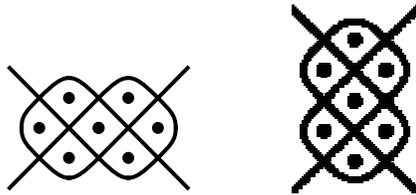


Figura 239

Uma ave e um cesto

O pictograma na Figura 240a representa a ave *kurokoko*. O padrão é trilinear. Quando se aumenta o comprimento da rede de pontos acrescentando um ponto e se tenta desenhar da mesma maneira uma ave, obtêm-se um padrão monolinear (vide a Figura 240b).

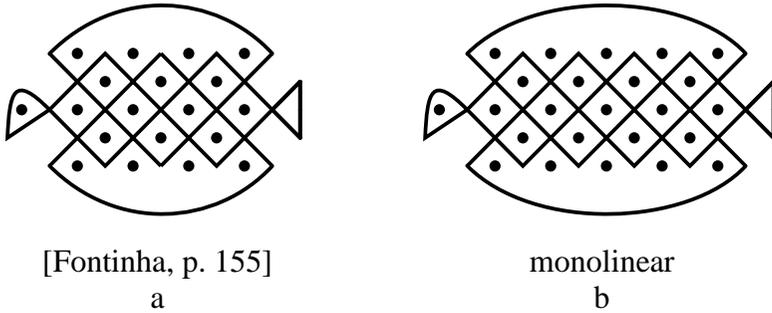


Figura 240

Talvez o desenhador Sakokola cometesse um erro no que diz respeito à ave *kurokoko* transmitida. O padrão de base (vide a Figura 241a) da ave por nós reconstruída, e que é provavelmente o *kurokoko* original (vide a Figura 240b) é bastante semelhante a um outro *lusona* (vide a Figura 241b). Este último motivo assimétrico representa um cesto para transporte de carvão.

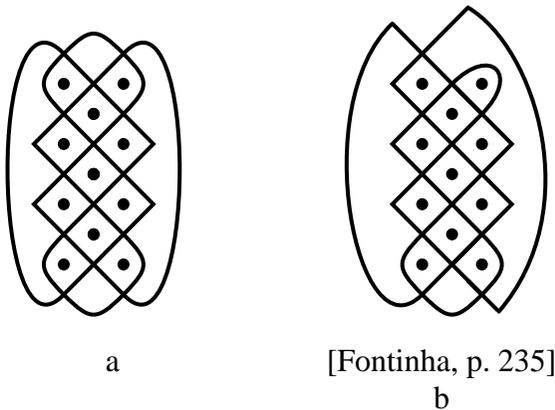


Figura 241

Também neste caso conjecturo que se trata de um engano e que o mesmo padrão de base é o original. Este padrão de base é a versão fechada e monolinear de um padrão de entrecruzamento da classe D (vide a Figura 242). A Figura 243 mostra um possível original com simetria rotacional para o cesto de transporte de carvão da Figura 241b. Talvez ambos os padrões (Figura 241a e 243) se confundissem um com outro no pictograma recolhido.

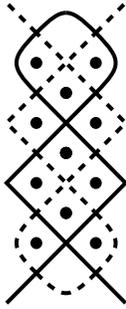


Figura 242

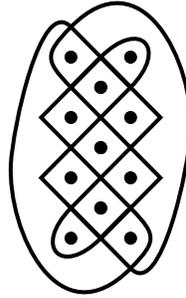
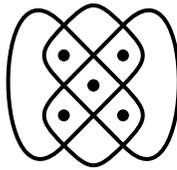


Figura 243



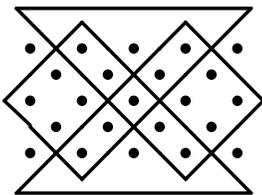
a



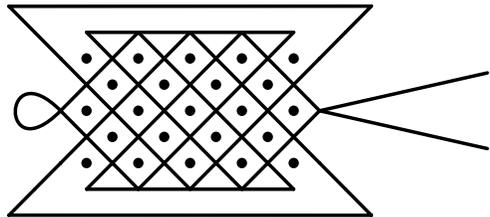
b

Figura 244

A Figura 244a mostra a versão fechada e obtida da mesma maneira que a Figura 241 de um padrão menor de entrecruzamento da mesma classe D (vide a Figura 244b). Quando se desenha este padrão numa rede ampliada de pontos e se roda sobre um ângulo de 90° como na Figura 245a, ele pode ser estendido para um padrão 3-linear (vide a Figura 245b). O mestre de desenho Tshimumba apresentou o último padrão. A Figura 246 ilustra uma possível alternativa monolinear para este desenho na areia. Para obter a monolinearidade, perde-se um eixo de simetria.



a



b

[Fontinha, p. 191;
cf. Hamelberger, p. 327; Dos Santos, p. 54]

Figura 245

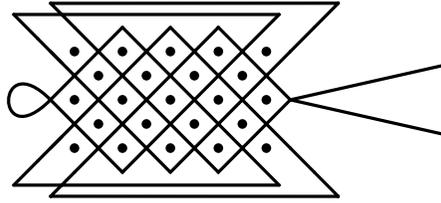


Figura 246

Os padrões monolineares na Figura 247 constituem de igual modo alternativas para os motivos cokwe polilineares na Figura 248 (a Figura 247a é topologicamente equivalente à Figura 246, e Figura 248a à Figura 248b).

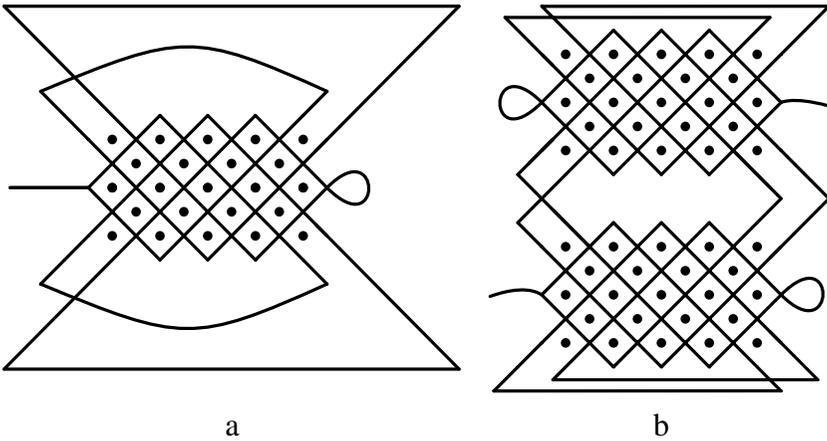
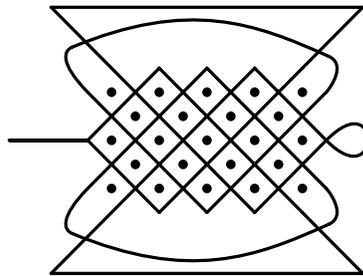


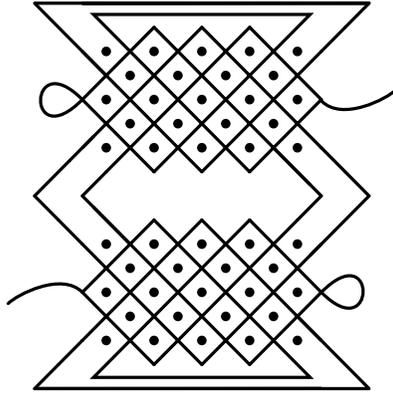
Figura 247



3-linear
[Fontinha, p. 189]

a

Figura 248



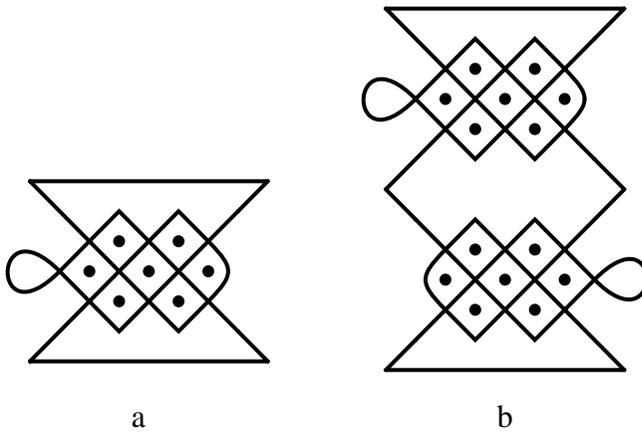
4-linear

[Fontinha, p. 187; Dos Santos, p. 32]

b

Figura 248

Nestes casos, a monolinearidade provoca a perda de uma ou mais simetrias. Ambos os padrões cokwe (Figura 248) podem também ser obtidos na base de uma extensão dos motivos na Figura 249. Compare também com a Figura 238.



a

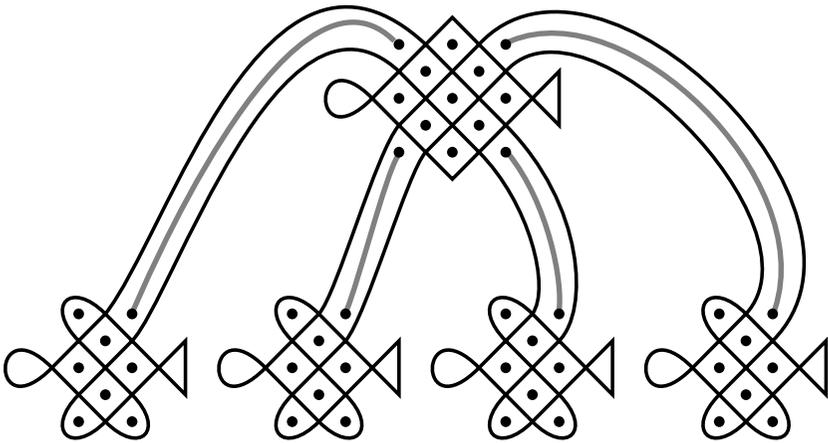
b

Figura 249

Cinco morcegos

A Figura 250, recolhida por Fontinha (1983, p. 213), feita pelo desenhador cokwe de nome Cabindje, representa *ingunzo atano*, ou seja, cinco morcegos, sendo mãe e quatro filhos. O desenho é 3-linear,

por a mãe ter dimensões de 3 por 3. *Sona* que ilustram animais num conjunto de mãe com filhotes, são maioritariamente monolineares. Assim a trilinearidade da Figura 250 causa estranheza. Talvez o original do *lusona* recolhido tenha sido monolinear. As Figuras 251 e 252 apresentam duas alternativas monolineares. No primeiro caso, a mãe tem dimensões de 3×2 , tal como os seus filhos, enquanto que, no segundo caso, ela tem dimensões de 3×4 . Esta última possibilidade está de acordo com as dimensões utilizadas pelo mesmo desenhador Cabindje para representar a mãe na ilustração de três morcegos, sendo mãe e dois filhos (vide a Figura 253).



[Fontinha, p. 213]

Figura 250

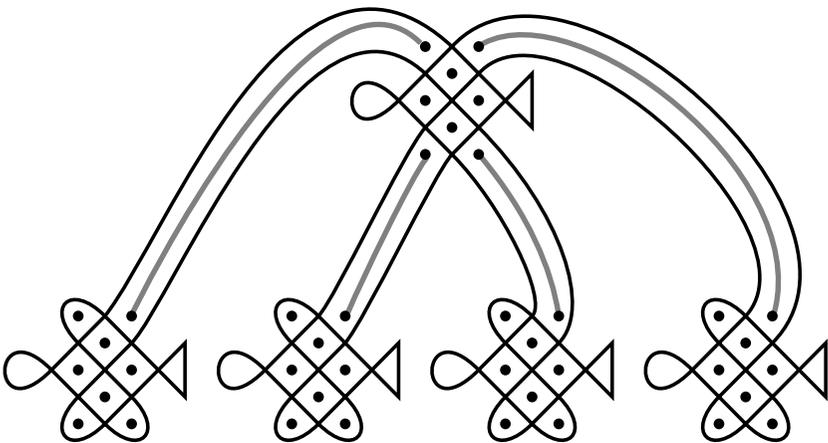


Figura 251

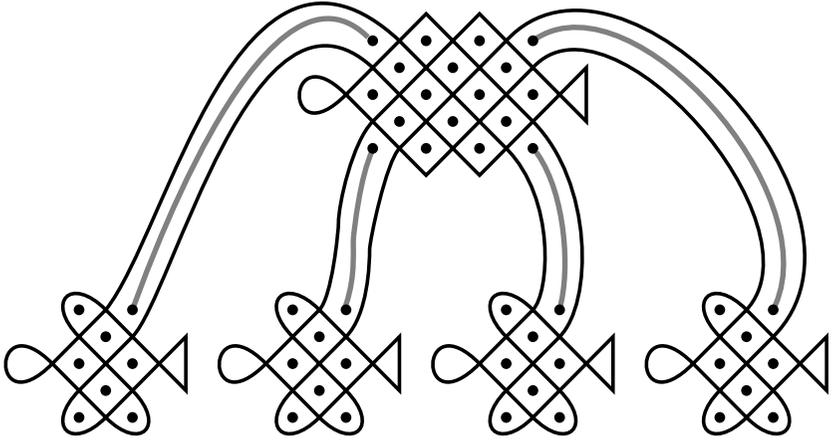
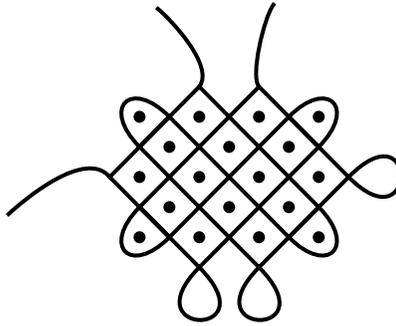
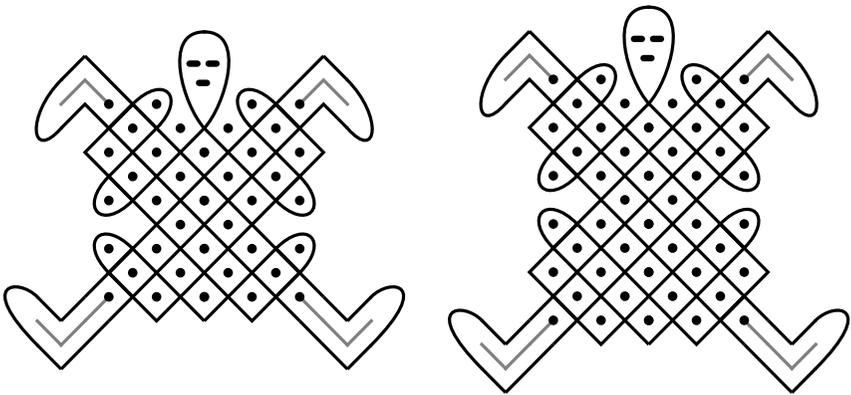


Figura 252



[Fontinha, p. 215]

Figura 253

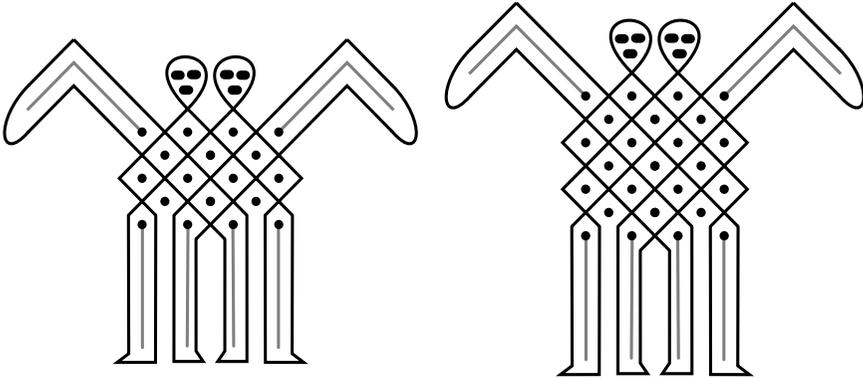


3-linear
[Fontinha, p. 145]
Figura 254

monolinar
Figura 255

Figura humana

O *lusona* ilustrado na Figura 254 representa *muthu*, um ser humano (Fontinha, 1983, p. 146). Sem contar com as linhas auxiliares (braços, pernas, olhos, boca), o desenho é 3-linear. A grelha de referência tem as dimensões de 5x5. No entanto, se as dimensões fossem de 6x5, o padrão seria monolinear (vide a Figura 255). Talvez o desenhador se tenha enganado e o *lusona* original tivesse sido, de facto, de dimensões de 6x5.

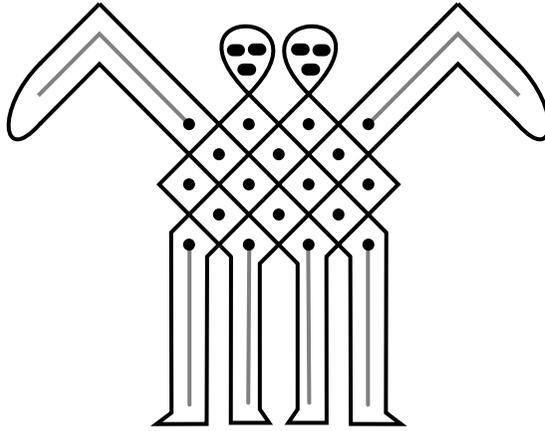


3-linear
[Fontinha, p. 133]
Figura 256

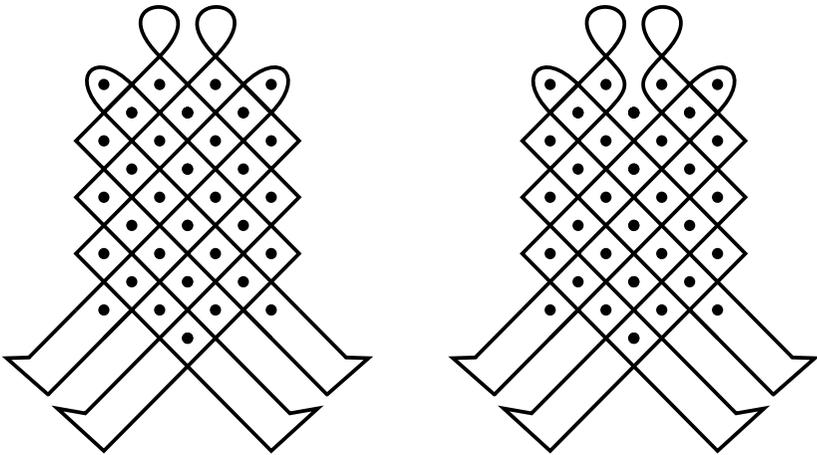
2-linear
Figura 257

Encontro

Na Figura 256 apresenta-se o *lusona* denominado *akwa kutala mu tshibendo*, referente a um encontro de um homem e uma mulher no caminho. O desenho é 3-linear sem contar com os segmentos auxiliares. Surge a questão: porquê 3-linear, e não 2-linear (duas pessoas) ou monolinear (acto de união). Alterando as dimensões de 3x4 para 4x4 e aplicando o mesmo algoritmo de construção, obtém-se uma alternativa 2-linear (vide a Figura 257). Mantendo as dimensões, mas alterando ligeiramente o algoritmo, obtém-se a alternativa monolinear mostrada na Figura 258. Ambas as alternativas são bastante parecidas com o *lusona* recolhido por Fontinha. Talvez uma das duas constitua o desenho original.



monolinear
Figura 258



2-linear
[Dos Santos, p. 84;
Fontinha, p. 86]
a

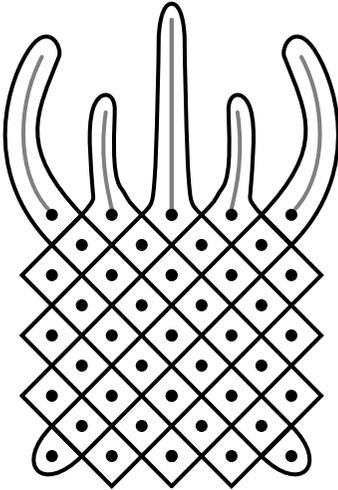
monolinear
[Fontinha, p. 131]
b

Figura 259

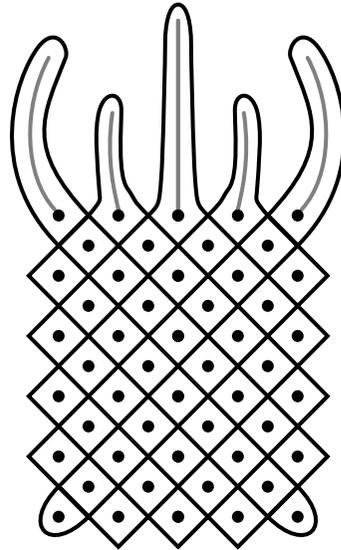
Casal

Os *sona* ilustrados na Figura 259 são chamados *umbate*, alusivos a um casal unido (Fontinha, 1983, p. 132). O primeiro é 2-linear e o segundo monolinear. O segundo parece ter sido obtido a partir do primeiro introduzindo um corte onde havia um cruzamento das duas

linhas entre o segundo e o terceiro ponto da primeira fila da rede-de-pontos-de-referência. No primeiro *lusona* as duas figuras humanas são simétricas relativamente ao eixo vertical central. Talvez as duas variantes coexistissem, dando o primeiro mais ênfase à distinção entre os dois seres ou à simetria da sua relação e o segundo mais à unidade dos dois.



[Fontinha, p. 167]
Figura 260



monolinar
Figura 261

Cabeça de elefante

O *lusona* denominado *mutwe wa djamba* (vide a Figura 260) representa a cabeça de um elefante. É 5-linear (sem contar com os segmentos auxiliares). Se as dimensões da rede-de-pontos-de-referência tivessem sido de 4x5 ou de 6x5 em vez de 5x5, o desenho teria sido monolinar. Na Figura 261 apresenta-se a alternativa 6x5. Talvez uma destas duas alternativas tenha sido o *lusona* original. A escolha das dimensões de 5x5 não corresponde ao ideal cultural de monolinaridade, mas simplifica, de certo modo, a execução do desenho.

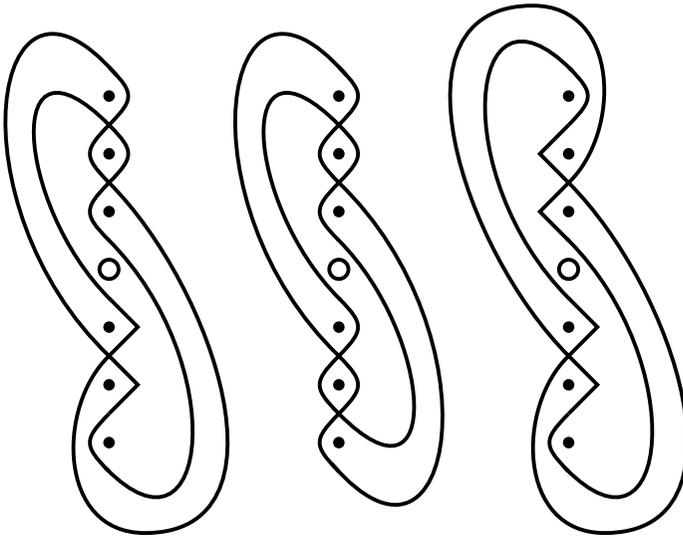
[Fontinha, p.
271]

Figura 262

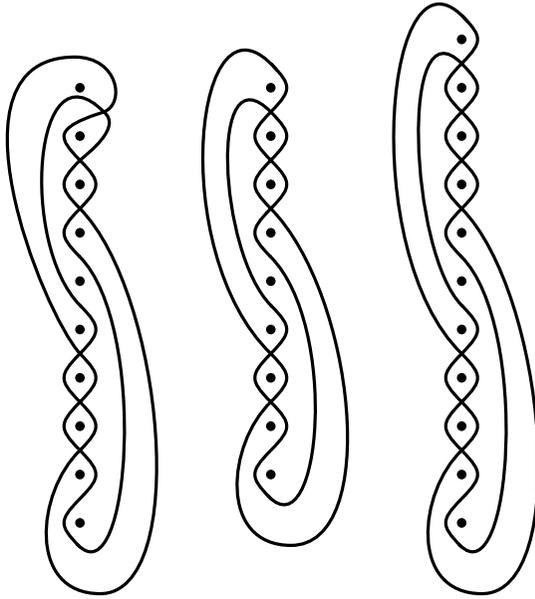
a

Figura 263

b

Enfermaria

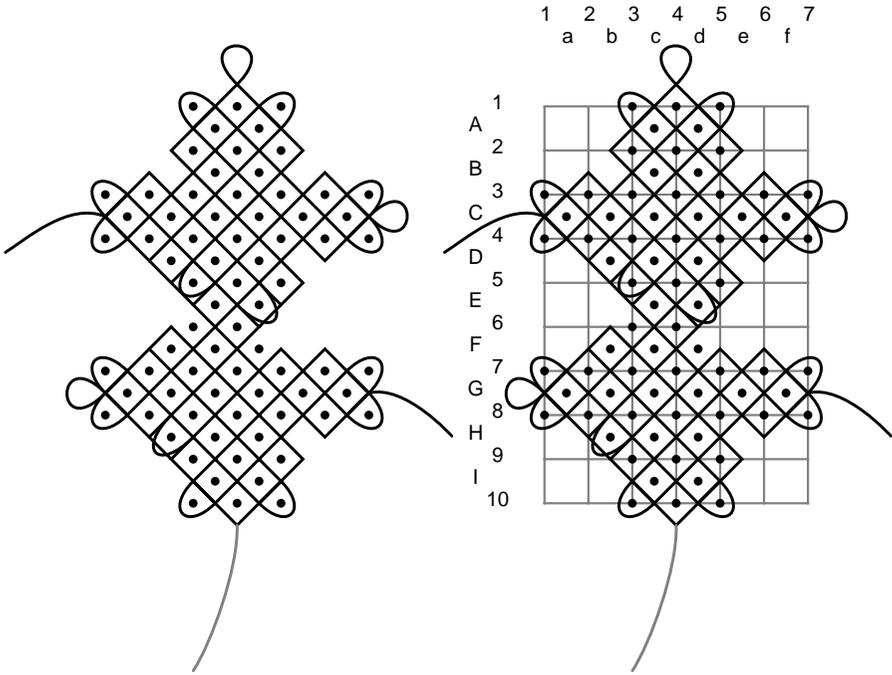
Tshisassa tsha ikola, uma enfermaria é apresentada na Figura 262: um dos pontos representando o doente, outro o curandeiro e um terceiro o feiticeiro (Fontinha, 1983, p. 272). Este *lusona cokwe* é monolinear e quase simétrico: se tivesse uma simetria de rotação de 180° (vide as duas possibilidades na Figura 263) seria 2-linear. Pearson relatou um padrão bastante semelhante ao da ‘enfermaria’ (vide a Figura 264). Representa *Njambi Kalunga* – Deus. O desenho Ngangela é 2-linear e parece ser irregular perto do topo: um cruzamento afastado do eixo vertical. Não seria estranho se ‘deus’ não satisfizesse o ideal cultural de monolinearidade? Talvez se trate de um erro ou engano do desenhador (ou do relator). Podemos corrigir o pressuposto erro alterando o número de pontos na coluna de referência de 10 para 9 (vide a Figura 265) ou para 11 (vide a Figura 266). Os padrões assim obtidos obedecem ao mesmo algoritmo que o *lusona cokwe*, sendo igualmente monolineares e quase simétricos. Os desenhos 262, 265 e 266 constituem os três primeiros elementos duma série, gerando uma classe de *sona* monolineares.



[Pearson, p. 21]
Figura 264

Figura 265

Figura 266



a [Fontinha, p. 181]

b

Figura 267

Uma leoa com dois filhos

A Figura 267a mostra a representação de uma leoa com os seus dois filhos, desenhada pelo mestre Saitundo. Não tomando em conta as três caudas e cabeças, estamos quase perante um padrão monolinear. No entanto este padrão apresenta alguns defeitos bem claros. A rede de pontos não é simétrica (vide a Figura 267b): falta o ponto P_{65} , porque os três pontos que lhe correspondem, P_{63} , P_{55} e P_{53} , pertencem à rede. Supondo que redes rectangulares de pontos sejam utilizadas para os animais, segue que os pontos P_{Db} , P_{Fb} e P_{Hb} não deviam pertencer à rede. Em três lugares (à esquerda debaixo dos pontos P_{53} e P_{Hb} e à direita debaixo do ponto P_{Ed}), a linha não passa apenas uma única vez, mas sim duas vezes. A linha não é fechada, mas começa em P_{D2} e termina em P_{F2} ou inversamente.

Quando se corrige a rede de pontos em concordância com a minha análise de erros (vide a Figura 268a) e nela se desenha um padrão-de-esteira-entrecruzada monolinear pertencente à classe A, obtém-se um motivo com dois eixos de simetria perpendiculares entre si (vide a Figura 268b). Depois de acrescentar as caudas e cabeças, aparece o padrão que era provavelmente o original (Figura 268c). O padrão de base (Figura 268b) podia ter sido obtido com ajuda da quarta regra de encadeamento (Figura 268d).

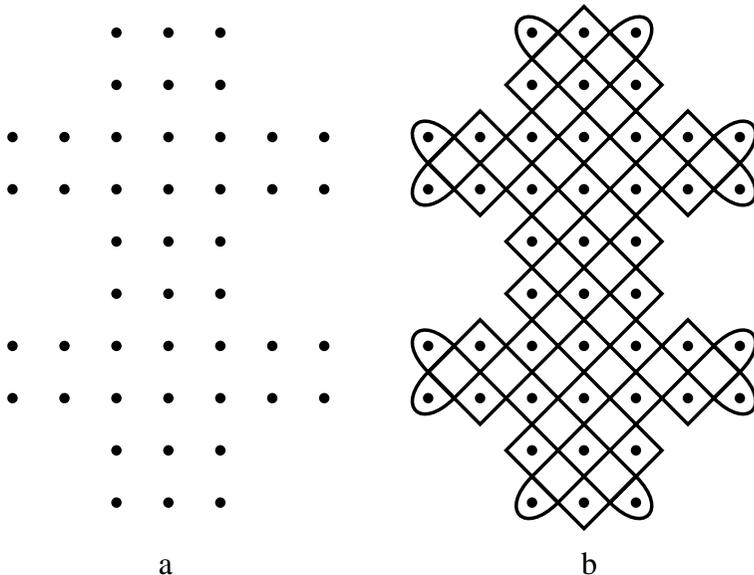


Figura 268 (primeira parte)

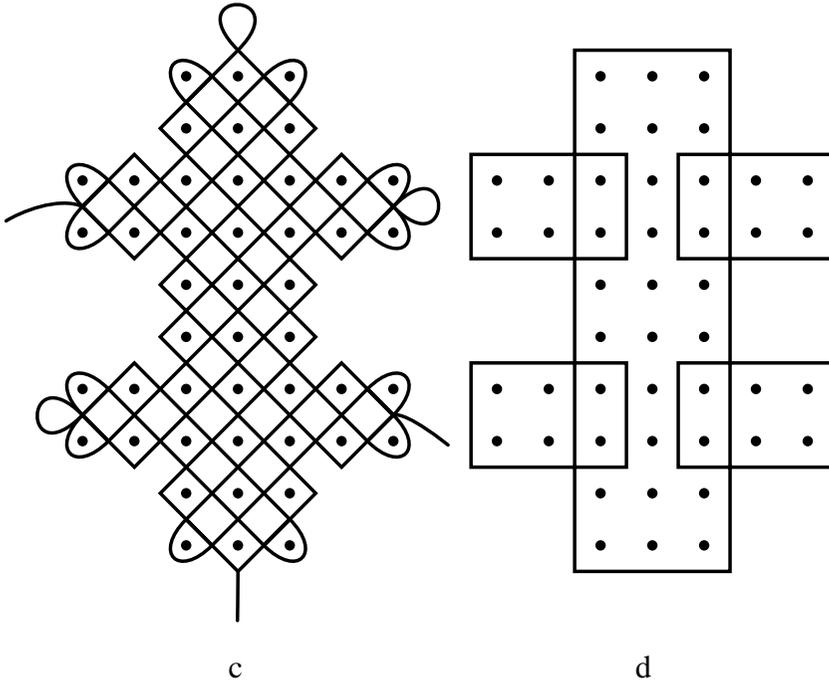


Figura 268 (conclusão)

O facto de as redes de pontos, que estão na base dos *sona* apresentados nas Figuras 228 e 268c, levarem, sob aplicação do algoritmo da esteira entrecruzada, a padrões monolineares, podia ter sido descoberto pelos conhecedores de desenho *cokwe* também de outro modo. No primeiro caso junta-se duas vezes um rectângulo de pontos, de dimensões de 2x2, a um rectângulo de pontos, de dimensões de 3x5 (vide a Figura 269a). No segundo caso junta-se quatro vezes um tal rectângulo de pontos, de dimensões de 2x2, a um rectângulo de pontos, de dimensões de 10x3 (vide a Figura 269b). Aplicando o algoritmo da esteira entrecruzada obtém-se em seguida, como já vimos antes, padrões monolineares partindo de rectângulos de pontos, de dimensões de 3x5 e de 10x3. Juntar quadrados de pontos, de dimensões de 2x2, não afecta a monolinearidade, como se mostra na Figura 270. Na transição da Figura 270a para a Figura 270b, o padrão fica monilinear em conformidade com a segunda regra de encadeamento. O ‘alongamento’ do primeiro laço acrescentado (Figura 270c) não influencia a monolinearidade. Ao alongar agora analogamente o segundo laço (Figura 270d) e ao cruzá-lo com o

primeiro laço alongado, o padrão mantém-se monolinear. Em geral, podemos agora formular mais uma regra de encadeamento.

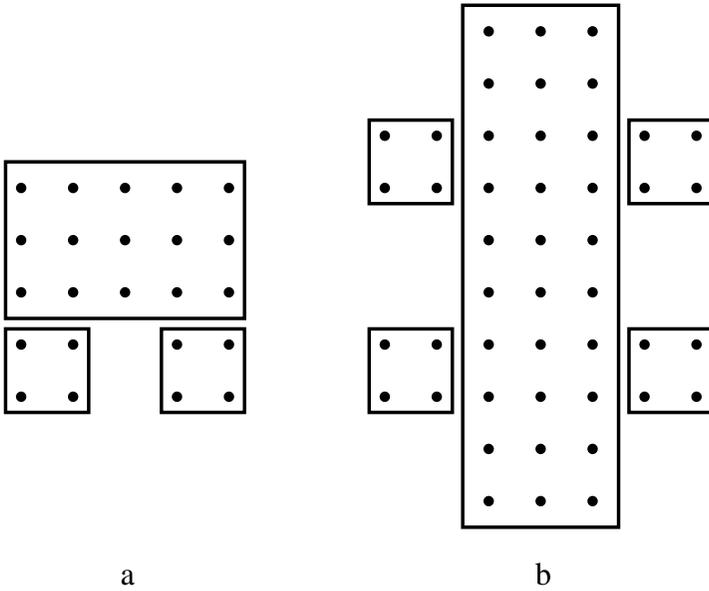


Figura 269

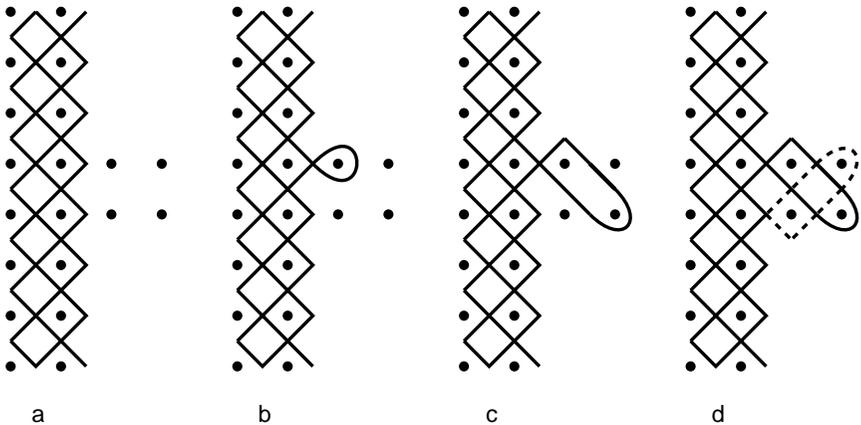
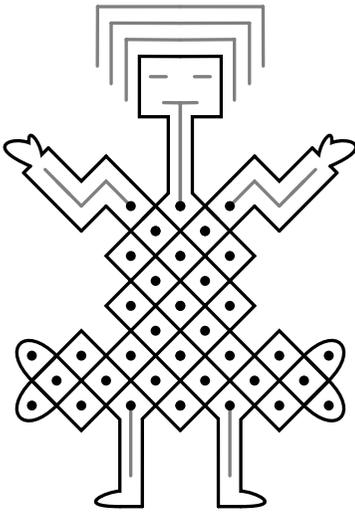


Figura 270

Quinta regra de encadeamento

Uma vez que padrões-de-esteira-entrecruzada de dimensões de $n \times n$ são compostos por n linhas fechadas, vê-se que juntar (no sentido considerado) um quadrado de pontos, de dimensões de $n \times n$, a uma

‘rede poligonal monolinar de pontos’ não afecta a sua monolinaridade. Aqui entendemos por uma *rede poligonal monolinar de pontos* uma rede poligonal de ângulos de 90° e 270° que, sob aplicação do algoritmo da esteira-entrecruzada, fica cercada por uma única linha fechada.



[Fontinha, p. 87, 127]
Figura 271

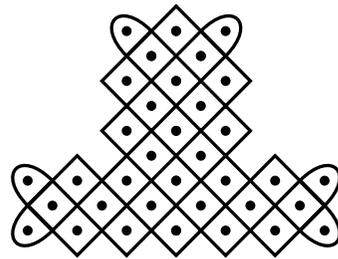


Figura 272

Dançarino

Uma possível aplicação da regra de encadeamento que acabámos de analisar, encontra-se no *lusona mukishi wo Tshihongo* (vide a Figura 271), desenho representando uma máscara de Tshihongo, personagem ritual e bailarino que goza de enorme prestígio. O mascarado traduz na sua expressão uma ideia de severidade e de poder (Fontinha, 1983, p. 128). Sem contar com as linhas orientadores (pernas, braços, boca, olhos) e a ornamentação da cabeça, constata-se que o *lusona* é monolinar. O padrão de base do *lusona* considerado é o de uma esteira entrecruzada (vide a Figura 272). A monolinaridade deste padrão-de-esteira-entrecruzada pode ser explicada – e assim ter sido inventado o padrão de base por um dos *akwa kuta sona* – como consequência da aplicação de um quadrado de dimensões de 3×3 a um padrão-de-esteira-entrecruzada de dimensões de 2×7 (vide a Figura 273a) ou de dois quadrados 2×2 a um padrão-de-esteira-entrecruzada de 5×3 (vide a Figura 273b).

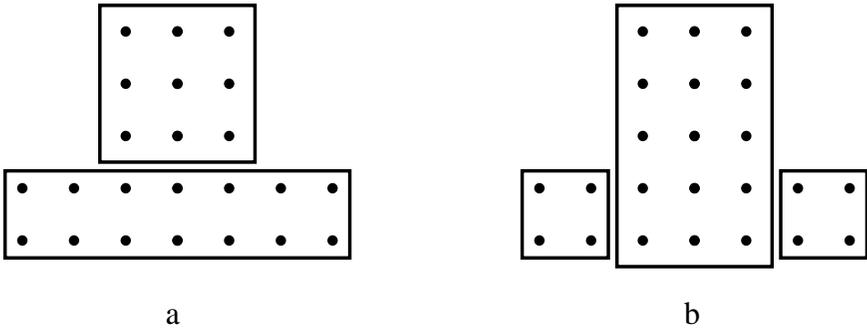


Figura 273

No entanto, uma explicação alternativa encontra-se na utilização da quarta regra como a Figura 274 indica esquematicamente.

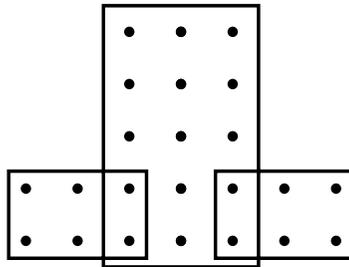
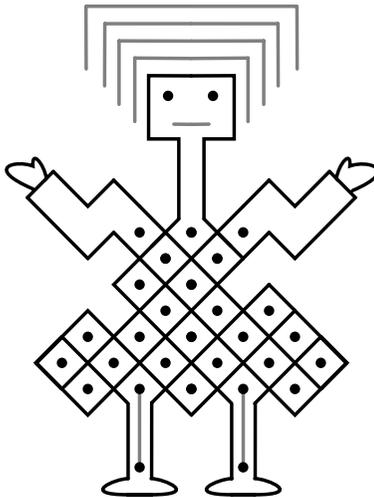


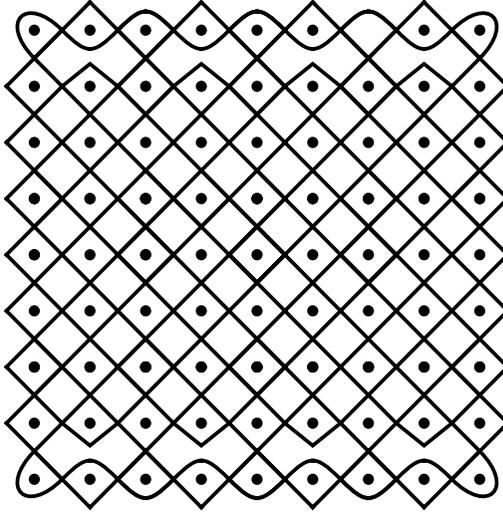
Figura 274



[Dos Santos, p. 101]

Figura 275

A reconstrução de uma leoa com dois filhotes, realizada na secção antecedente, torna-se ainda mais provável se compararmos o *mukishi wo Tsihongo* recolhido por Fontinha (Figura 271) com o relatado por Dos Santos (vide a Figura 275), que é 3-linear e assimétrico. Uma reconstrução do *lusona* do Dos Santos, similar à da representação da leoa com dois filhotes, ia levar-nos exactamente ao *lusona* recolhido por Fontinha!



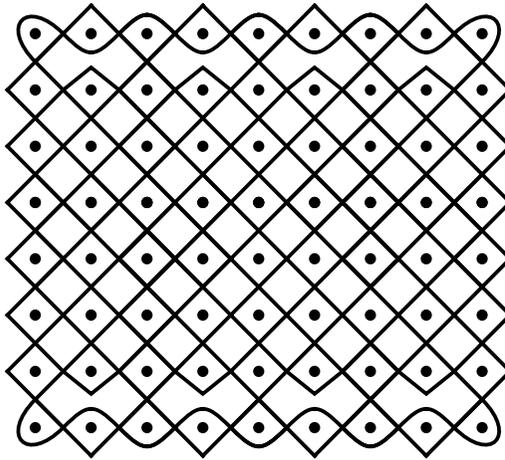
[Dos Santos, p. 42]
Figura 276

Outro estômago de um leão

Dos Santos recolheu um outro *lusona* (vide a Figura 276) que igualmente simboliza o estômago de um leão (Cf. Figura 123). O padrão, de dimensões de 9x9, é pentalinear. É possível que o seu desenhador se tenha enganado nas dimensões, uma vez que a versão 8x9 é constituída por uma única linha (vide a Figura 277). O engano facilita o traçar, por quatro das cinco linhas fechadas serem rectângulos. Ganha-se em simplicidade de execução, mas perde-se a monolinearidade.

Utilizando o mesmo algoritmo que se aplica no original aqui reconstruído (Figura 277) no caso de dimensões de 4x5, obtém-se o motivo monolinar apresentado na Figura 278, bastante parecido com o *lusona* ‘estômago de leão’ recolhido por Fontinha (vide a Figura 279

ou 123). Os dois só se distinguem em dois lugares: os pontos de intersecção entre P_{22} e P_{23} e entre P_{42} e P_{43} faltam no apresentado por Fontinha. Pode tratar-se de duas variantes sobre o mesmo tema. Se fosse assim, isto significaria que, também neste caso, os *akwa kuta sona* fizeram experiências com as dimensões dos desenhos na areia, tentando aplicar o mesmo algoritmo geométrico. Entrando neste caminho perdido com o tempo e prosseguindo-o, podemos traçar numa linha só a versão 12x13 (vide a Figura 280) do *lusona* anteriormente reconstruído (Figura 277).



monolinear
Figura 277

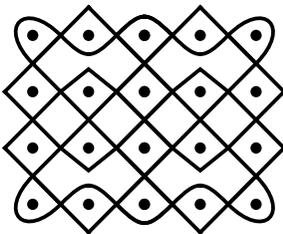
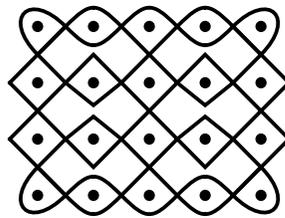


Figura 278



[Fontinha, p. 279]
Figura 279

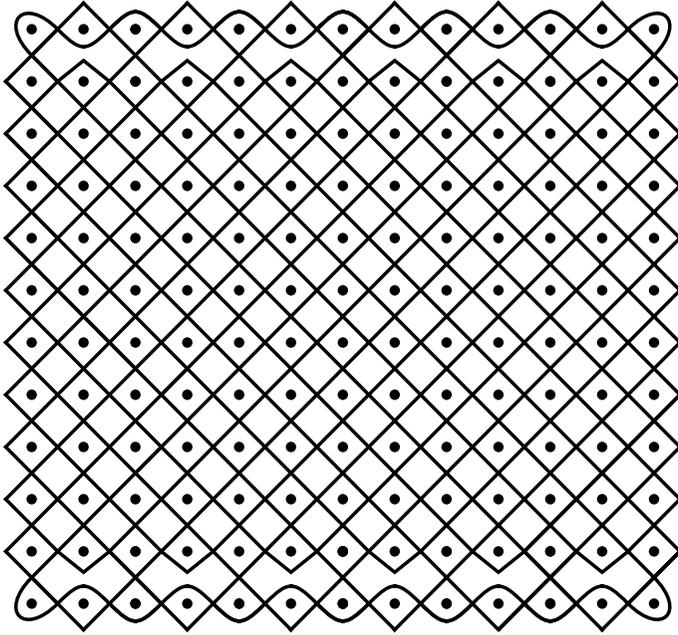
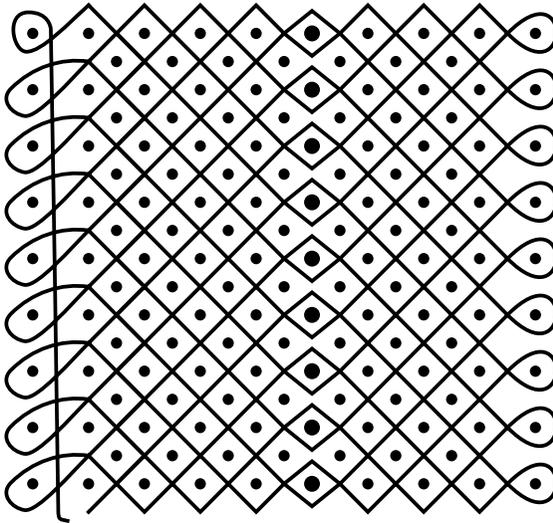


Figura 280



[Fontinha, p. 289]
Figura 281

Cemitério

O *lusona* ilustrado na Figura 281 é chamado *kalunga*, alusivo, desta vez, a um cemitério (Fontinha, 1983, p. 290). O desenho é

monolinear. A Figura 282 é semelhante ao *lusona*: retirei-lhe somente a “ornamentação” dos lados e o algoritmo de construção manteve-se. A grelha de base para a Figura 282 é da classe B.

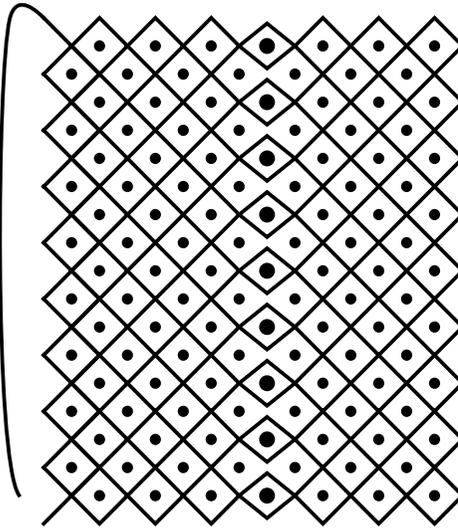


Figura 282

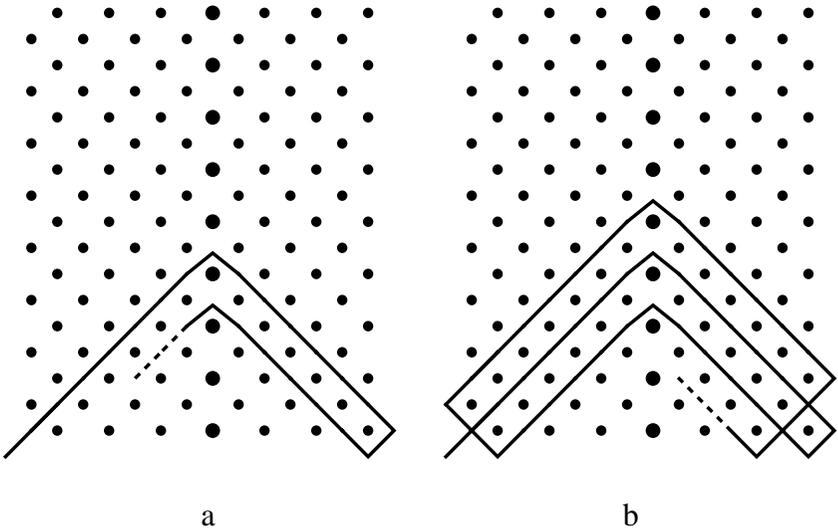
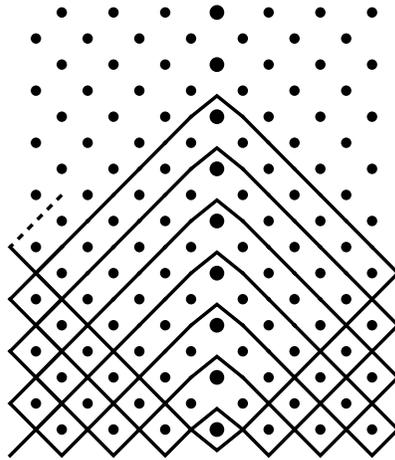


Figura 283 (Primeira parte)

Na Figura 283 mostram-se algumas fases na construção da Figura 282, começando o traçar da linha em baixo à esquerda. Aplicando o

mesmo algoritmo e escolhendo como dimensões $f_1 = 4$, $f_2 = 3$, $c_1 = c_2 = 5$, obtém-se a Figura 284, igualmente monolinear e, à primeira vista, bastante parecida com o *lusona* apresentado na Figura 285. Este último é, no entanto, 4-linear e chama-se *mafuka*, referindo-se também a um cemitério (conjunto de sepulturas; Fontinha, 1983, p. 200). Uma vez que os dois *sona* (Figuras 281 e 285) têm o mesmo significado, não seria de estranhar se ambos tivessem sido monolineares e construídos, utilizando o mesmo algoritmo. No entanto, por isto não se verificar, sou levado a pensar que a Figura 284 ou o padrão mais elaborado da Figura 286 pode ter sido modelo para ou a versão original do *lusona* recolhido (Figura 285).



c

Figura 283 (conclusão)

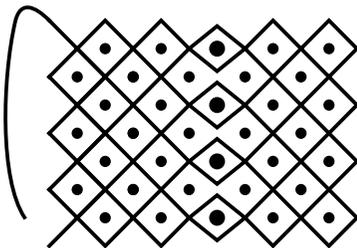
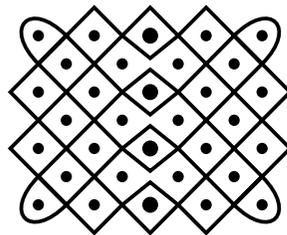


Figura 284



[Fontinha, p. 199]
Figura 285

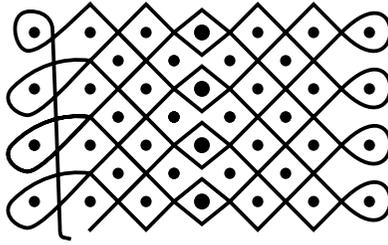


Figura 286

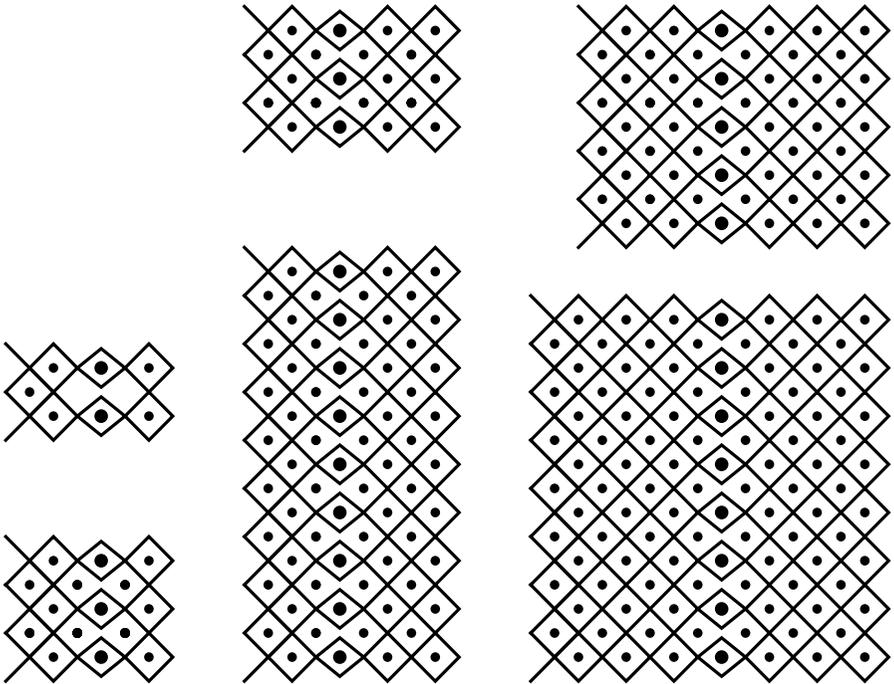
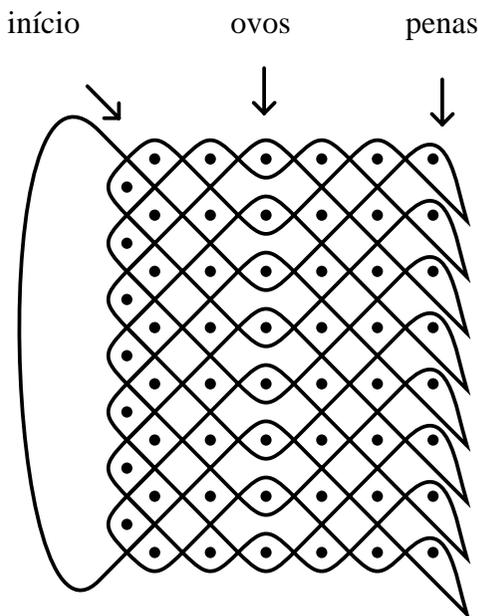


Figura 287

O algoritmo geométrico presente nas Figuras 282 e 284 é muito potente, no sentido de conduzir, na maioria das grelhas da classe B, a padrões monolineares. A Figura 287 dá alguns exemplos. Talvez seja interessante notar que o mesmo algoritmo foi também inventado numa parte do mundo muito afastada da África Austral-Central, nomeadamente, pela população da ilha de Malekula nas Novas Hebrides (Oceânia) como ilustra a Figura 288. Este desenho diz respeito ao ninho de uma ave. A coluna de “elipses” mostra os ovos e

a “ornamentação” à direita representa as penas da cauda da ave (Deacon, 1934, p. 138).¹



[Deacon, p. 138]
Figura 288

Sarna

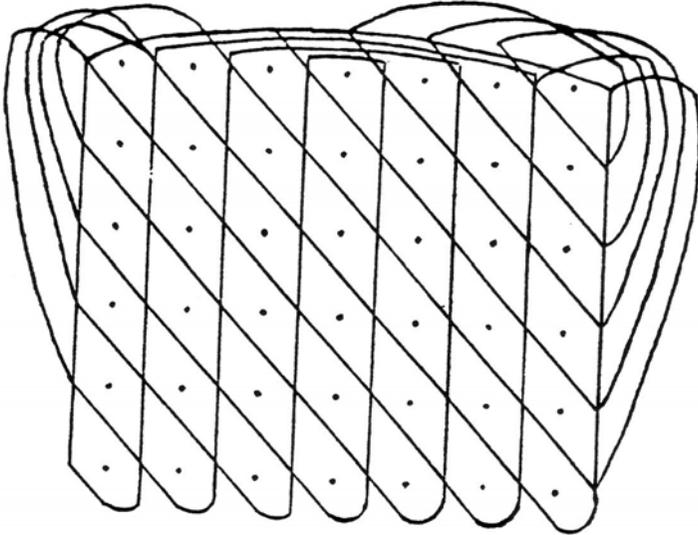
A Figura 289 mostra o *lusona mukele*, recolhido por Dos Santos:

“O traçado deste desenho quer significar o coçar das nádegas e da cintura pelo sarnento. Este coça as nádegas, mas logo volta à cintura, a coçar com mais impaciência” (Dos Santos, 1961, p. 90).

Aparentemente, o desenho recolhido continha alguns erros. Tendo em conta o estilo da maior parte do desenho, suponho que o padrão devia ser composto por uma única linha fechada ou por algumas linhas fechadas. O original da parte esquerda não é difícil de

¹ Para mais informações sobre os desenhos na areia em Malekula e outras ilhas do grupo Vanuatu vide Ascher (1988a), Ascher (1991, p.43-61), Nissen (1988) e Gerdes (1994, vol. 3; 1995, vol. 3; 1997).

reconstruir (vide a Figura 290), apresentando uma solução que já encontramos na Figura 177. Existem seis possibilidades de completar a parte à direita de tal modo que apareça um padrão monolinear. Duas das seis (aAbBcCdDa, aAdDcCbBa) constituem soluções simétricas (vide as Figuras 291b e 292b). Uma das Figuras 291a ou 292a é provavelmente o original do *lusona mukele*.



[Reproduzido de Dos Santos, p.90]

Figura 289

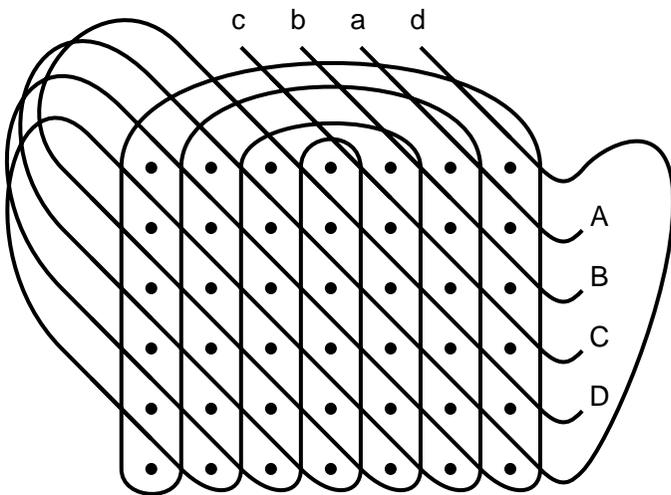


Figura 290

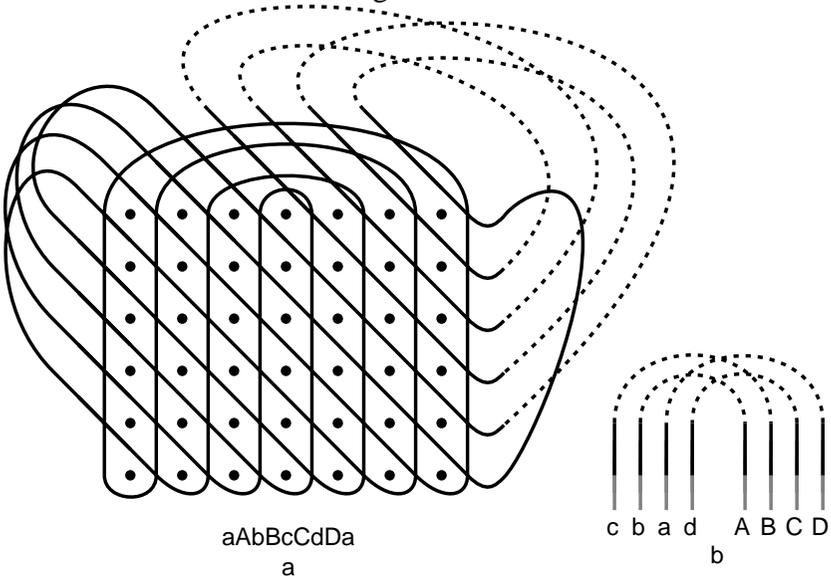


Figura 291

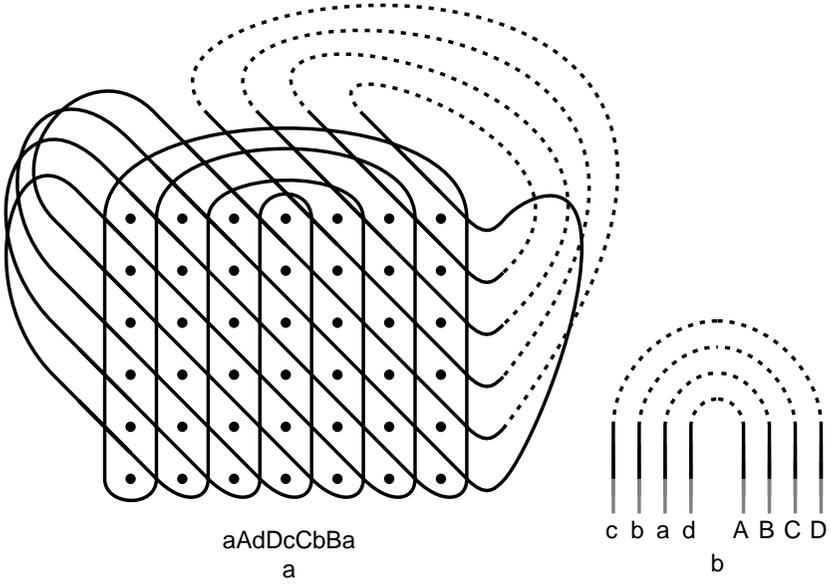
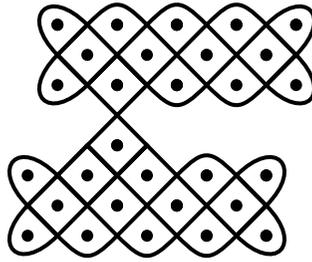


Figura 292



[Dos Santos, p. 82]
 Figura 293

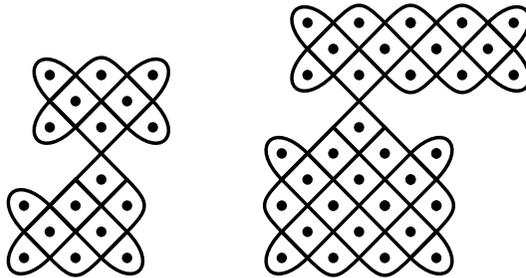


Figura 294

Erro ou outra regra de encadeamento?

A Figura 293, recolhida por Dos Santos (1961, p. 82), é composta por uma única linha aberta. Dois padrões-de-esteira-entrecruzada de dimensões de 2×5 ficaram nele unidos num novo motivo monolinear. Trata-se da aplicação de mais uma regra de encadeamento? Talvez. É difícil responder com segurança por não se encontrarem de entre os *sona* recolhidos outras instâncias da sua possível utilização. Na Figura 294 apresentamos dois exemplos hipotéticos da aplicação da mesma regra. Contudo existe ainda outra explicação alternativa para o aparecimento do motivo na Figura 293. Nele o segundo padrão-de-esteira-entrecruzada encontra-se deslocado por meia unidade em relação ao primeiro (entende-se aqui por unidade a distância entre dois pontos consecutivos de uma fila). Se este deslocamento fosse a consequência de um engano, o desenho original seria o apresentado na Figura 295, cuja monolinearidade se justifica com base na segunda regra de encadeamento. Um engano deste género verificou-se por exemplo na representação de uma leoa com quatro filhos, recolhida

por Dos Santos (1961, p. 40) (Vide a Figura 296 e compare com as Figuras 216, 217 e 218).

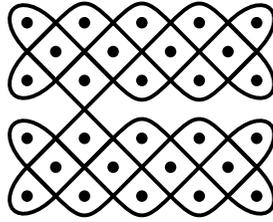
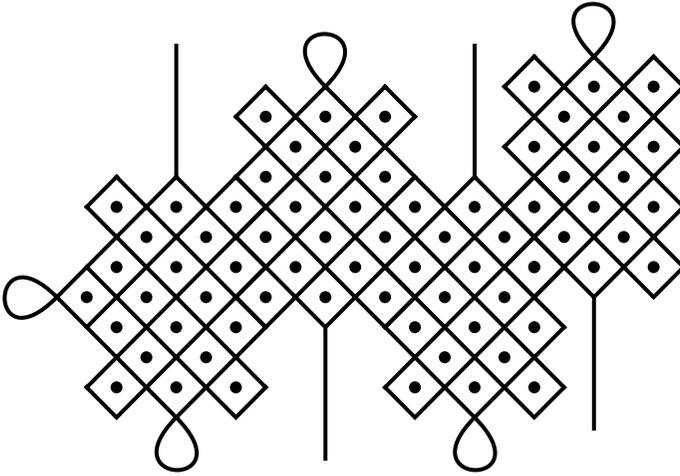


Figura 295



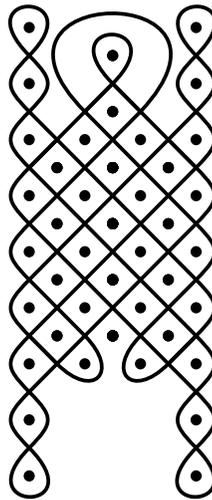
[Dos Santos, p. 40]
Figura 296

Capítulo 8

Classes com olhos

Um olho

Algum tempo depois de ter escrito a última secção *Erro ou outra regra de encadeamento* surgiu-me uma outra hipótese. Estava a analisar o desenho monolinear chamado *likisi* representando um dançarino que participa nos ritos de circuncisão (Pearson, 1977, p. 98) (vide a Figura 297).



[Pearson, p. 98]
Figura 297

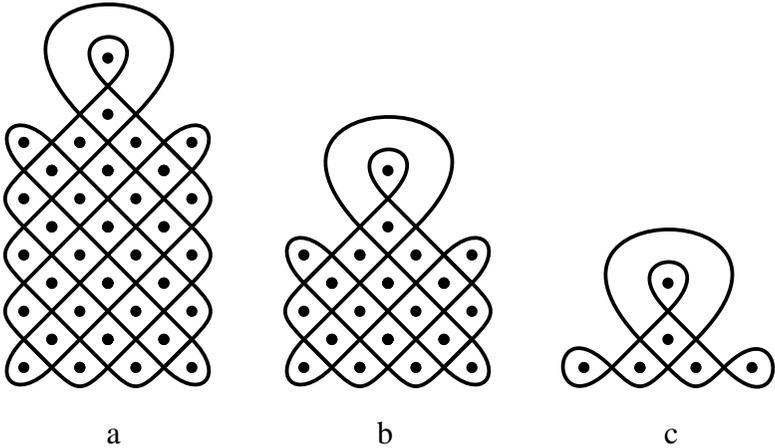
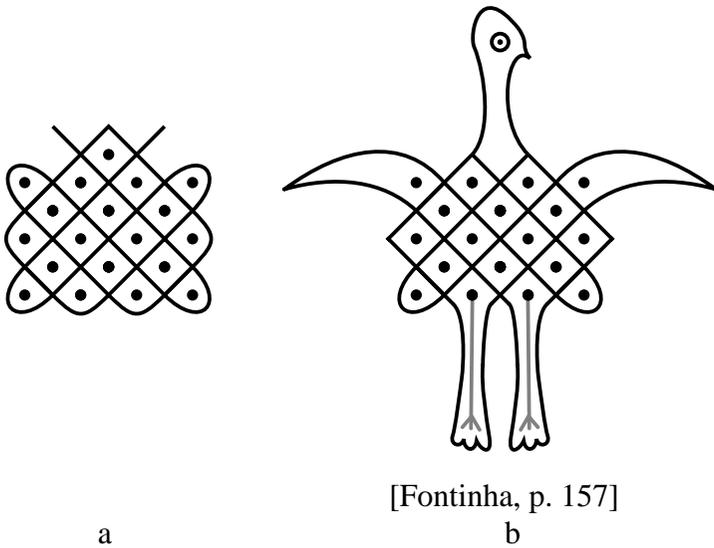


Figura 298



[Fontinha, p. 157]

Figura 299

Introduzindo um cruzamento extra no meio da primeira fila de quatro pontos (contada de baixo), o padrão de base mantém-se monolinear (vide a Figura 298a). Diminuindo (ou aumentando) o número de filas por um número par, a monolinearidade não se perde (vide a Figura 298b e c). A Figura 299a constitui um padrão subjacente à Figura 298b e, ao mesmo tempo, ao *lusona* ilustrado na Figura 299b, que representa uma ave pernalta de nome *toje*. O padrão na Figura 298c faz-nos recordar dois *sona* parecidos. O *lusona* cokwe de nome *nakajima* (Figura 300a) representa uma mulher grávida

(Fontinha, 1983, p. 129), enquanto que o desenho nganguela (Figura 300b) ilustra um órfão que sente fome (Pearson, 1977, p. 122). O padrão de base dos dois *sona* é um padrão-de-esteira-entrecruzada de classe B (vide a Figura 301), ao qual se “colaram” algumas “circunferências” (vide os exemplos ilustrativos na Figura 302), conservando a monolinearidade, e de que se ligaram os extremos (vide a Figura 303).

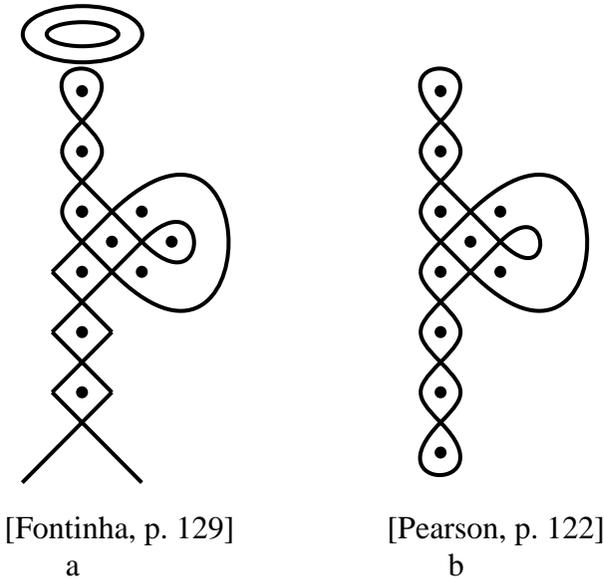


Figura 300



Figura 301

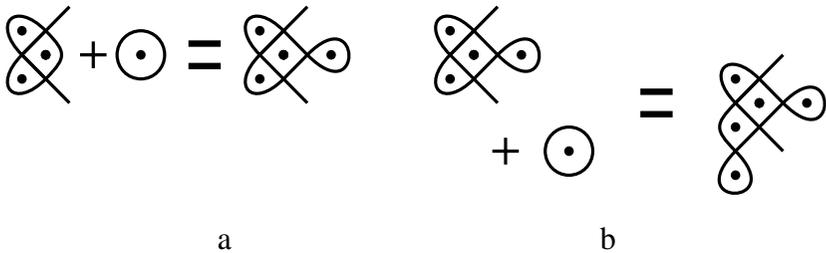


Figura 302

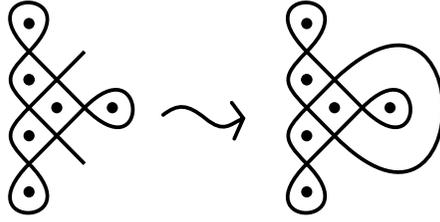


Figura 303

A Figura 304 mostra como se pode construir o *lusona* ilustrado na Figura 305 a partir da Figura 301 (verticalmente reflectida). Este *lusona bonje nyi phuka* refere-se a uma historieta de uma vespa e uma abelha (Fontinha, 1983, p. 274).

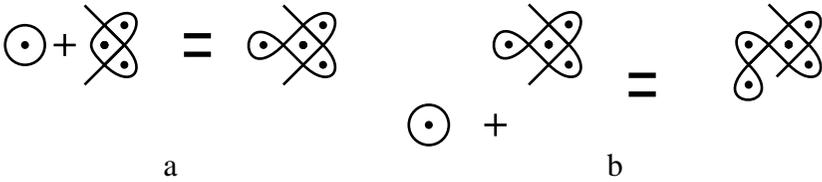
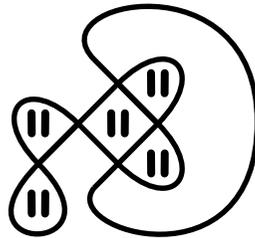


Figura 304



[Fontinha, p. 273]
Figura 305

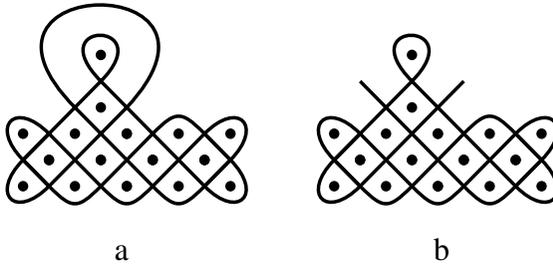


Figura 306

A Figura 306a dá um exemplo de um padrão monolinear parecido com os da Figura 298. A versão aberta é ilustrada na Figura 306b. Substituindo a “circunferência” por qualquer outro *lusona* monolinear fechado, obtêm-se outros padrões monolineares. No caso de uma substituição da “circunferência” por um padrão-de-esteira-entrecruzada da classe A de dimensões 2x5, acha-se o *lusona itânji* representando o adultério da secção anterior (vide a Figura 293). Talvez alguns *akwa kuta sona* tenham conhecido a classe à qual os desenhos da Figura 298 e 306a pertencem. A Figura 307 apresenta outros membros da mesma classe.

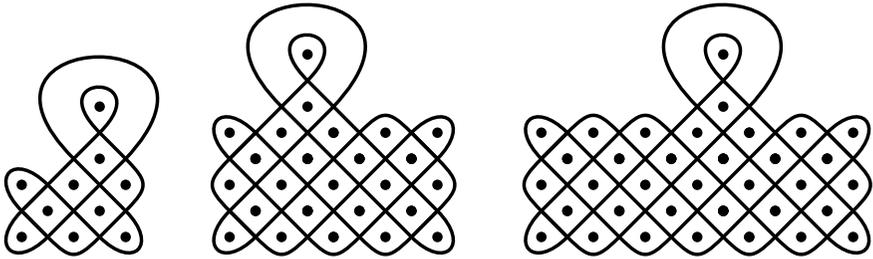


Figura 307

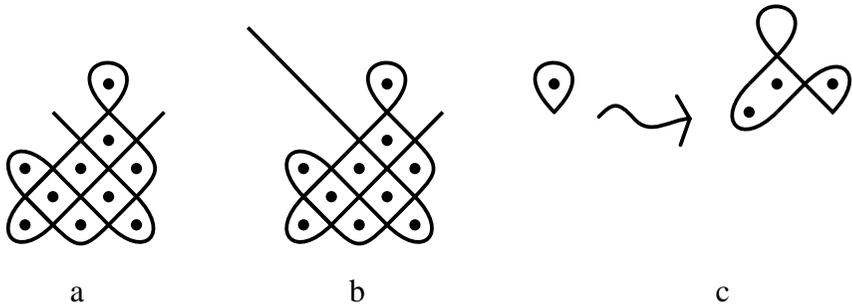
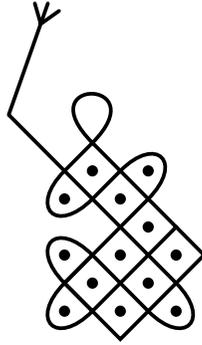


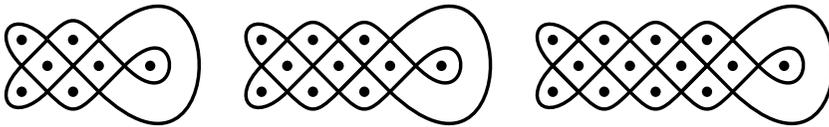
Figura 308

Na Figura 308 mostra-se como o *lusona* monolinear ilustrado na Figura 309, representando um ser humano (Fontinha, 1983, p. 136) pode ter sido construído por um dos *akwa kuta sona* a partir da Figura 307a: abre-se o laço externo (Figura 308a); em seguida, prolonga-se a linha do lado de extremo esquerdo criado (Figura 308b); e substitui-se o pequeno laço que ficou por uma outra linha fechada (Figura 308c).



[Fontinha, p. 135]
Figura 309

A Figura 310a ilustra um outro *lusona* monolinear com um olho. Representa um objecto de circuncisão (Centner, 1963, p. 221). O desenho pertence à classe de padrões monolineares. As Figuras 310b e c apresentam os dois elementos seguintes da mesma classe.



[Centner, p. 221]

a

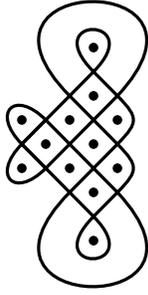
b

c

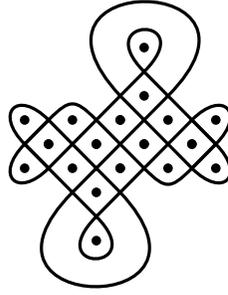
Figura 310

Dois olhos

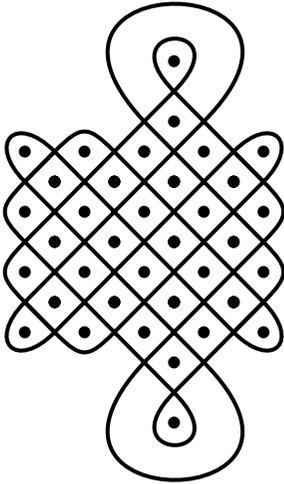
Uma variante seria padrões com dois “olhos” em vez de um só. A Figura 311 exemplifica o que entendemos por dois “olhos”. Todos os exemplos dados são monolineares e apresentam uma simetria axial ou rotacional de 180°. A Figura 311d é parecida com a representação *cokwe* monolinear chamada *mwanze*, ilustrando um fole de ferreiro, com duas caixas (Fontinha, 1983, p. 232, vide a Figura 312). De facto, o *lusona* corresponde ainda mais a um padrão monolinear de três “olhos” que se “abriu” e de que se eliminou uma “circunferência” (vide a Figura 313).



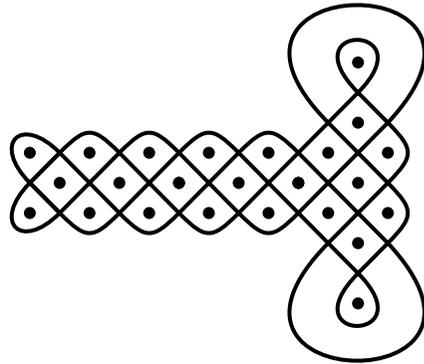
a



b

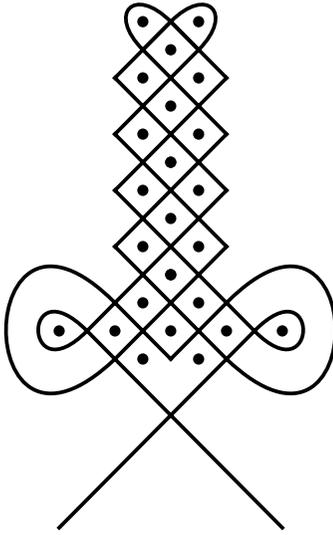


c



d

Figura 311



[Fontinha, p. 231]
Figura 312

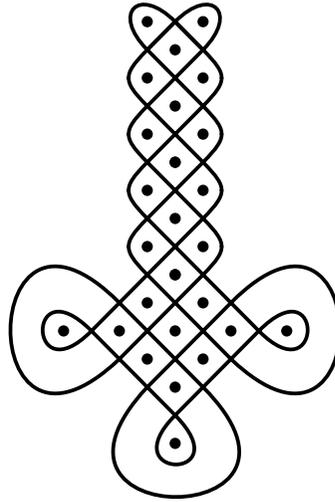


Figura 313

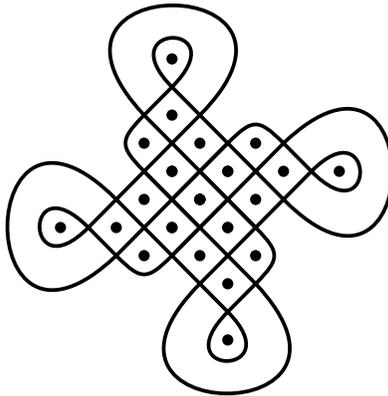


Figura 314

Quatro olhos

A Figura 314 mostra um padrão monolinear com quatro “olhos”. Embora apresente uma simetria rotacional de 90° , não tem nenhum eixo de simetria. Um padrão com quatro “olhos” e com dupla simetria torna-se polilinear. Começando com uma rede básica de 2×2 pontos e acrescentando quatro “olhos” obtém-se, mais uma vez, um *lusona* relatado na literatura (Dos Santos, 1961, p. 97; vide a Figura 315b).

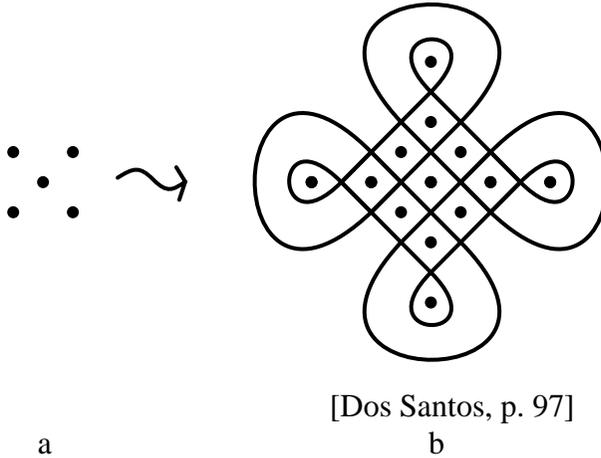


Figura 315

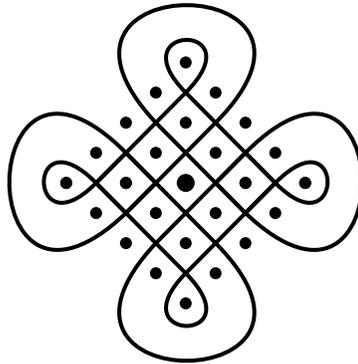


Figura 316

Pearson e Fontinha recolheram um *lusona* muito parecido: aumentou-se apenas o número de pontos de referência (vide a Figura 316). O significado é o mesmo. Chama-se *mutondu wa phuka*, alusivo a uma árvore com colmeia cercada de riachos e mata (Fontinha, 1983, p.268). Estes desenhos são 2-lineares e podem ser considerados como resultado da sobreposição de duas variantes ampliadas do *lusona tshigelyengelye* que já encontrámos na secção *porco-espinho* (vide a Figura 317a = Figura 70b).¹ Os *sona ngombo*

¹ Trata-se, de facto, de uma figura muito antiga. Redinha encontrou-a na forma representada na Figura 317b gravada numa rocha em Capelo (Alto-Zambeze) (Redinha, 1948, p. 74, Fig. 22).

ya tshisuka (vide a Figura 318a), referente à adivinhação (Fontinha, 1983, p. 242), e *chihundi* (vide a Figura 318b), ou seja, cadeira (Pearson, 1977, p. 144) constituem desenhos construídos a partir do mesmo padrão de base (Figura 315b). Hamelberger, Dos Santos e Fontinha recolheram também o segundo motivo, entretanto com um outro significado: um monte de erva com que se cobrem as palhotas (Hamelberger, 1952, p. 328); *tchásua tchá nange*, quer dizer ninho duma carraceira (Dos Santos, 1961, p. 61) e *muhela wa seji*, ou seja, cama dum roedor designado por *seji* (Fontinha, 1983, p. 270).

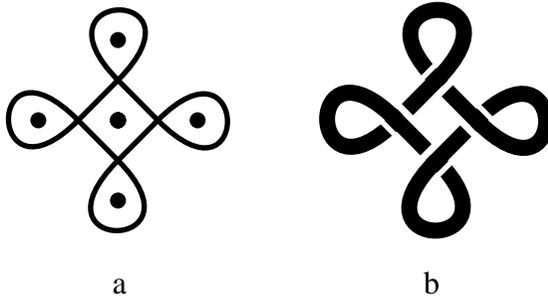
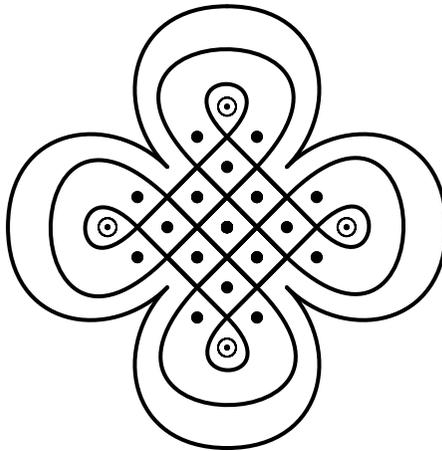


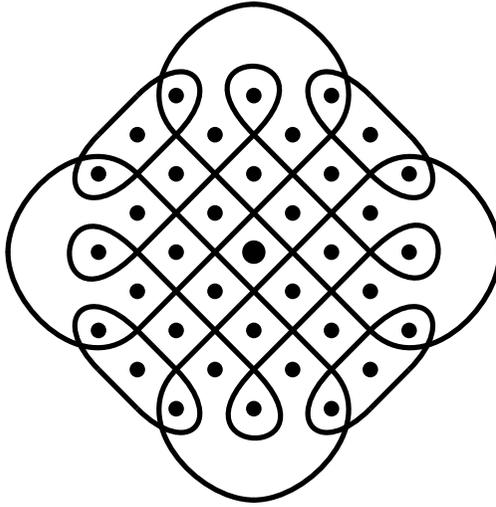
Figura 317



[Fontinha, p. 241]

a

Figura 318 (primeira parte)



[Hamelberger, p. 327; Dos Santos, p. 61;
Fontinha, p. 269; Pearson, p. 144]

b

Figura 318 (conclusão)

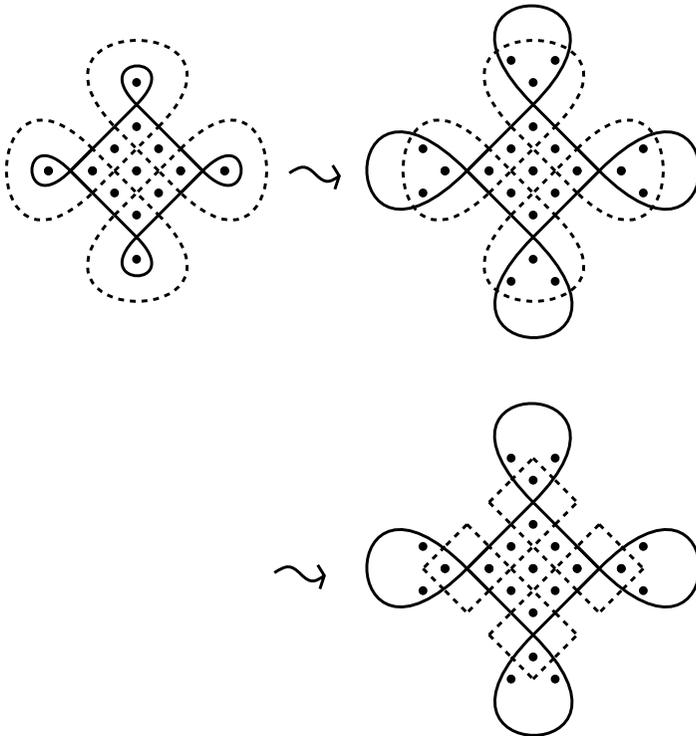
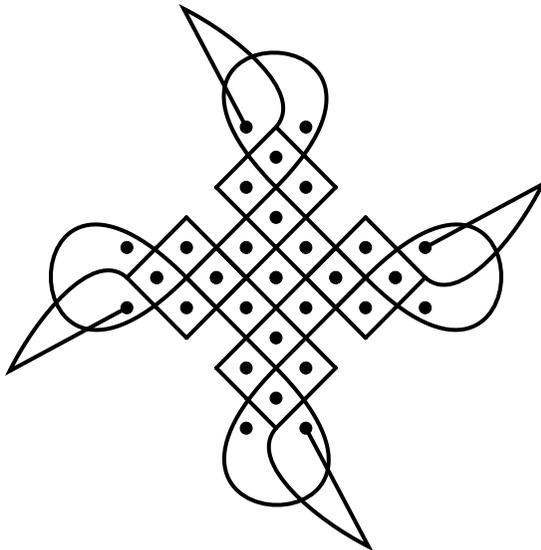


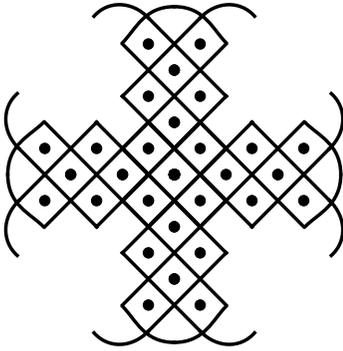
Figura 319

Na Figura 319 apresento as primeiras duas fases da gênese dos três *sona* apresentados nas Figuras 320, 321 e 322, a partir do *lusona* da Figura 315b. Na primeira transformação o *tshigelyengelye* interior é ligeiramente ampliado de tal modo que fique parcialmente sobreposto ao *tshigelyengelye* exterior. Na segunda transformação acrescentam-se alguns pontos de referência, rectificando ao mesmo tempo o antigo *tshigelyengelye* exterior. Para obter o *lusona mpulu awana* (vide a Figura 320), representando quatro antílopes (gnus) deitados, formando um quadrado para melhor se defenderem (Fontinha, p.248), acrescentam-se quatro ‘ganchos’, dando ao *lusona* uma simetria rotacional de 90°. Se, em vez de acrescentar ‘ganchos’, se ‘abrir’ os ‘olhos’, obtêm-se os *sona* 5-lineares ilustrados nas Figuras 321 e 322. Estes padrões representam igualmente quatro gnus (Dos Santos, 1961, p. 26; Fontinha, 1983, p. 260).

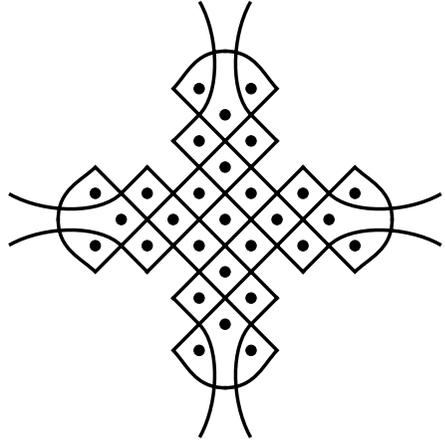


[Fontinha, p. 247]
Figura 320

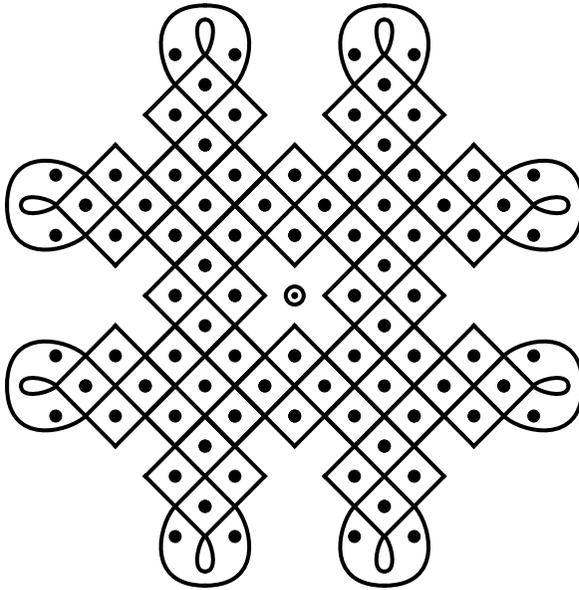
As Figuras 323 até 328 mostram outros *sona* com quatro ou oito “olhos”. Todos têm quatro eixos de simetria, mas não são monolineares. O ângulo entre dois eixos consecutivos é de 45°. As Figuras 323, 324 e 325, *walu wa tela*, representam o ninho de uma águia no cume de uma grande árvore (Hamelberger, 1952, p. 327; Dos Santos, 1961, p. 57; Fontinha, 1983, p. 250).



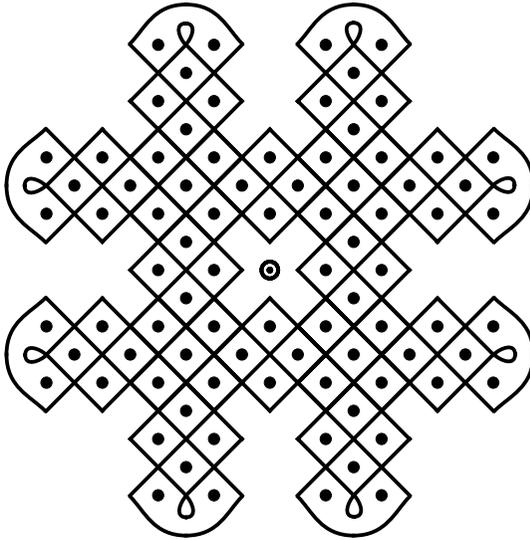
[Dos Santos, p. 26]
Figura 321



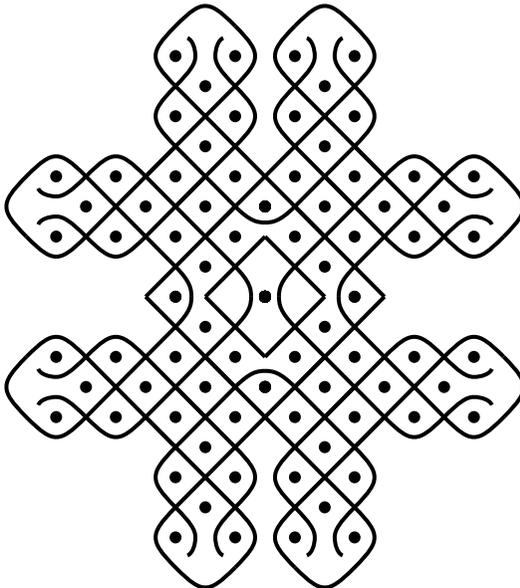
[Fontinha, p. 259]
Figura 322



[Hamelberger, p. 327]
Figura 323

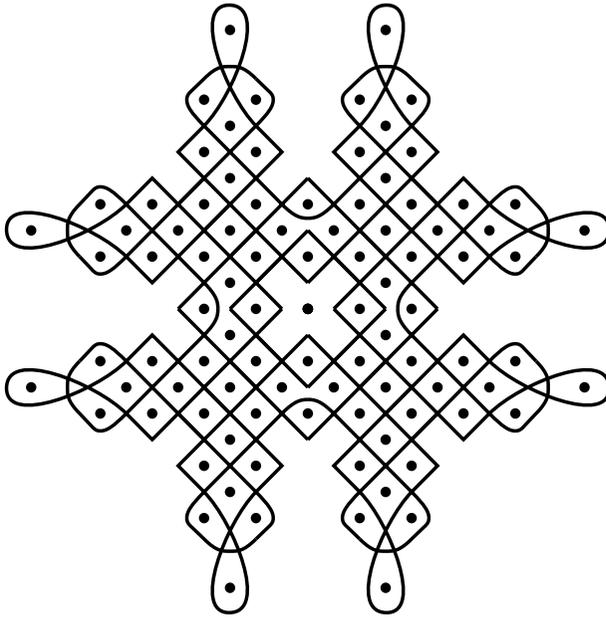


[Dos Santos, p. 57]
Figura 324

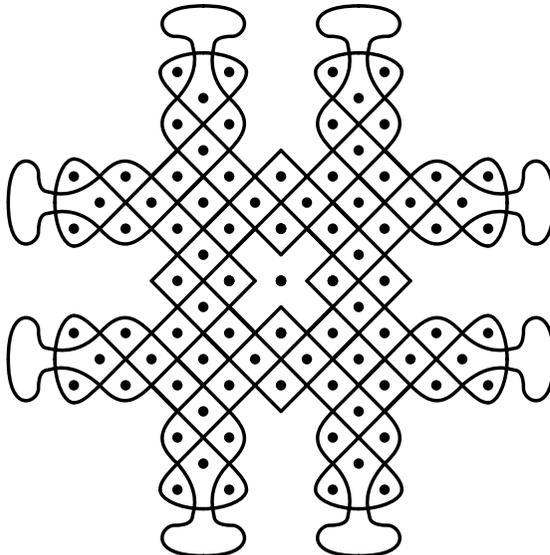


[Dos Santos, p. 58]
Figura 325

As Figuras 326 e 327, *ndzango ya makisi* e *makisi a VaMbunda*, representam o conselho dos dançarinos e os dançarinos da população Mbunda respectivamente (Pearson, 1977, p. 99, 100).

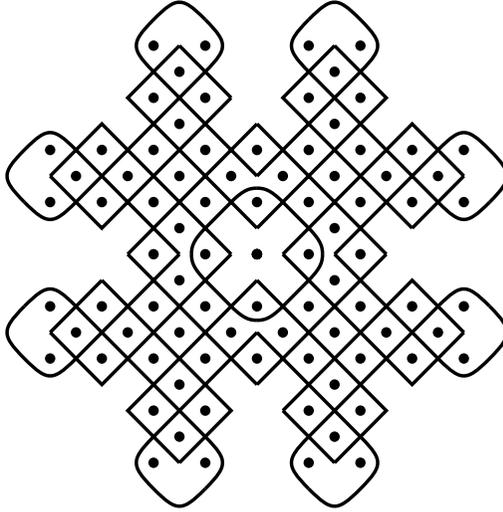


[Pearson, p. 99]
Figura 326

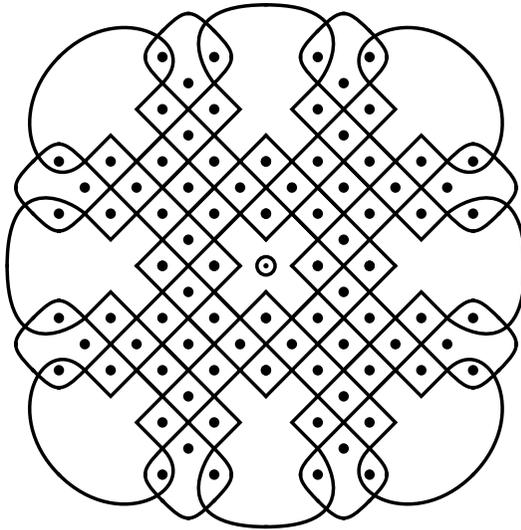


[Pearson, p. 100]
Figura 327

A Figura 328 ilustra *mupafu*, a árvore utilizada para o fabrico do batuque *chinkuvu* (Pearson, 1977, p. 115). O *lusona* na Figura 329 apresenta uma variante do ninho de águia (Fontinha, 1983, p. 248).



[Pearson, p. 115]
Figura 328

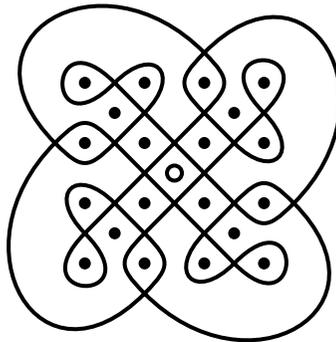


[Fontinha, p. 247]
Figura 329

Capítulo 9

Construção de um *lusona* com simetria rotacional de 90°

Voltemos para a Figura 30 (= Figura 330). Como pode ter sido inventado este padrão monolinear de simetria rotacional quádrupla?



[Pearson, p. 144; Fontinha, p. 183]

Figura 330

Certamente não foi uma descoberta casual: a execução do seu algoritmo caracteriza-se pela mesma simetria que o desenho final apresenta. O *lusona* da Figura 330 parece-me ser mais o resultado duma construção bem consciente. Apresentarei agora, como hipótese, uma possível via de invenção da sua construção.

[passo 1] Observemos o *lusona tshaswa tsha kanjir*, referente a uma ave *kanjir* no seu ninho (Fontinha, 1983, p. 228) (vide a Figura 331). Ao colocar quatro destes *sona* em

torno de um centro, pode-se obter o padrão 4-linear da Figura 332.



[Fontinha, p. 227]

Figura 331

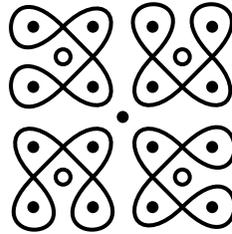


Figura 332

[passo 2] Fundindo, em seguida, duas a duas, as quatro linhas conforme mostra a Figura 333, o padrão transforma-se num desenho 2-linear [transformação T1].

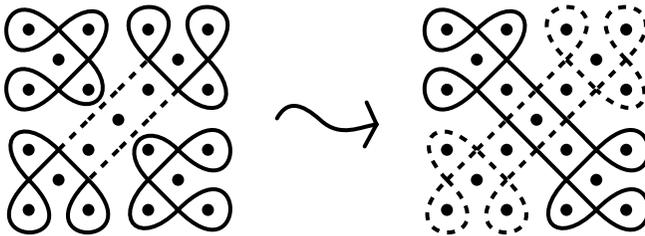


Figura 333

Surge agora a questão de como se pode transformar, por sua vez, este padrão 2-linear numa figura monolinear. Um dos *akwa kuta sona* pode ter inventado a Figura 330 como uma solução do problema mencionado:

[passo 3] Ligando os quatro pontos simetricamente correspondentes a , b , c e d por segmentos de curva ab , bc , cd e da (vide a Figura 334), o padrão torna-se monolinear [transformação T2].

Quando se executa a transformação T2 ligando os pontos A , B , C e D ou A_1 , B_1 , C_1 e D_1 , respectivamente (vide a Figura 335), obtêm-se dois outros padrões monolineares de simetria quádrupla (vide a Figura 336).

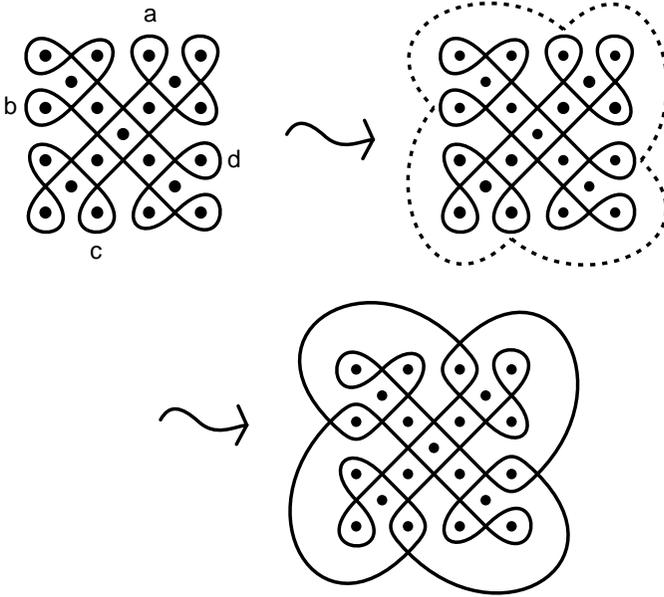


Figura 334

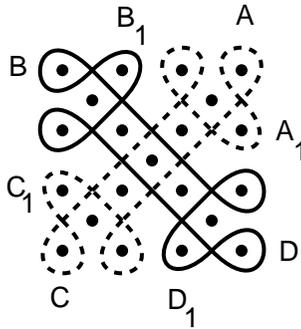


Figura 335

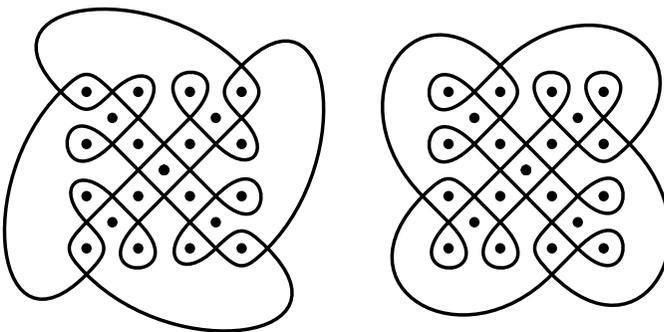


Figura 336

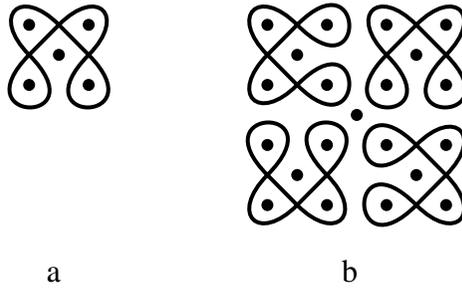


Figura 337

Se se começar o passo 1 com o *lusona* da Figura 331 invertida como ilustrada na Figura 337a (recolhida por Hamelberger, 1952, p. 324 e Dos Santos, 1961, p. 64), podem-se construir, da mesma maneira (tendo em conta as três possibilidades na transformação T2), os padrões monolineares apresentados na Figura 338.

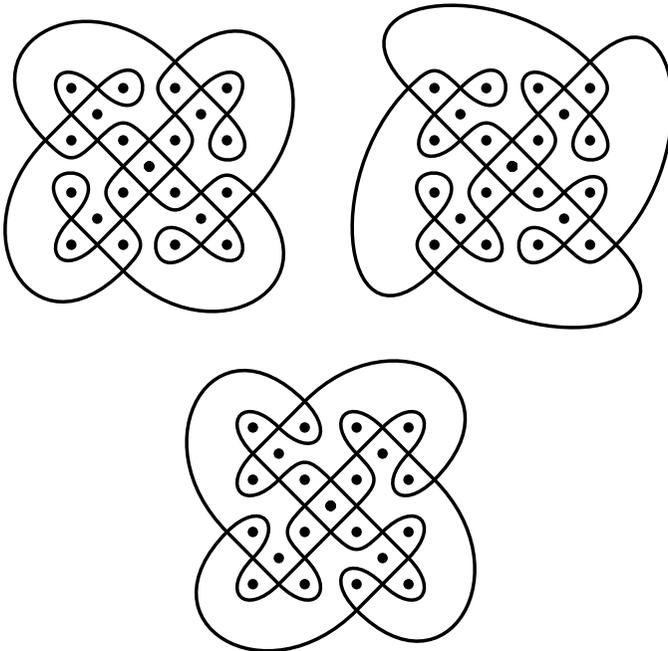


Figura 338

Ao executar os passos 1, 2 e 3, tomando como padrão de partida a figura fechada mais simples possível, quer dizer, a circunferência (vide Figura 339a), obtém-se a Figura 339d. Talvez a transformação da Figura 339c para a Figura 339d tenha sido utilizada por um dos

mestres cokwe de desenho na invenção dos padrões apresentados nas Figuras 340a e b, que são equivalentes à Figura 339d (apenas a quantidade de pontos de referência é diferente). O *lusona* da figura 340a foi recolhido por Pearson (1977, p. 87) e diz respeito a *lisaka*, um pedaço de pele em que se guardam medicamentos. Hamelberger (1952, p. 324) recolheu o mesmo desenho, informando que é alusivo a um ninho de ratos campestres. A Figura 340b recolhida por Fontinha (1983, p. 227) e Dos Santos (1961, p. 34) refere-se a *uaswa wa tumbi*, ou seja, igualmente a um ninho de ratos campestres.

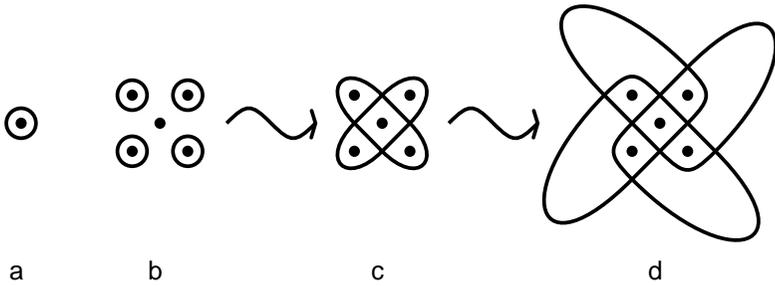
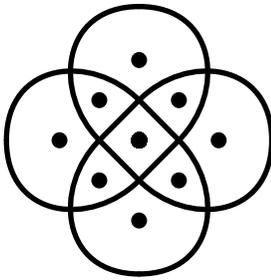
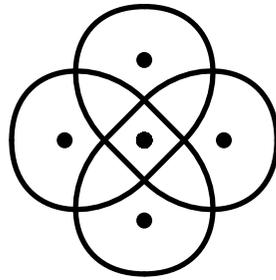


Figura 339



[Pearson, p. 87;
Hamelberger, p. 324]

a



[Dos Santos, p. 34;
Fontinha, p. 227]

b

Figura 340

Nas Figuras 341 e 342 apresento mais alguns padrões monolineares que se podem construir seguindo os passos descritos. Na Figura 341b acrescentam-se no fim as caudas dos animais.

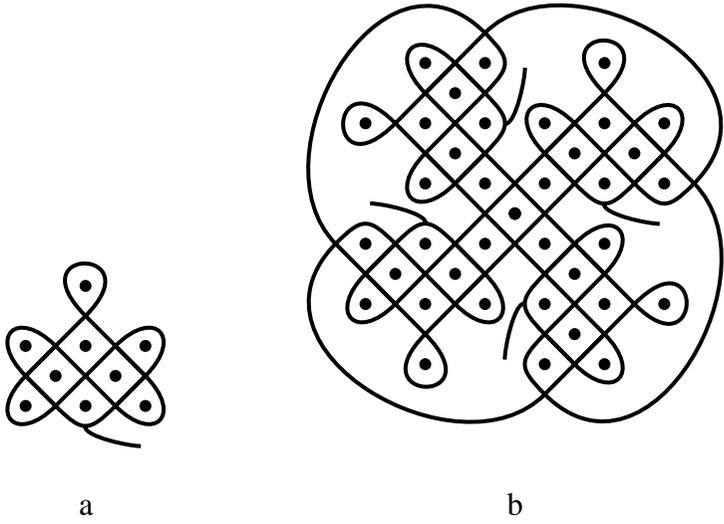


Figura 341

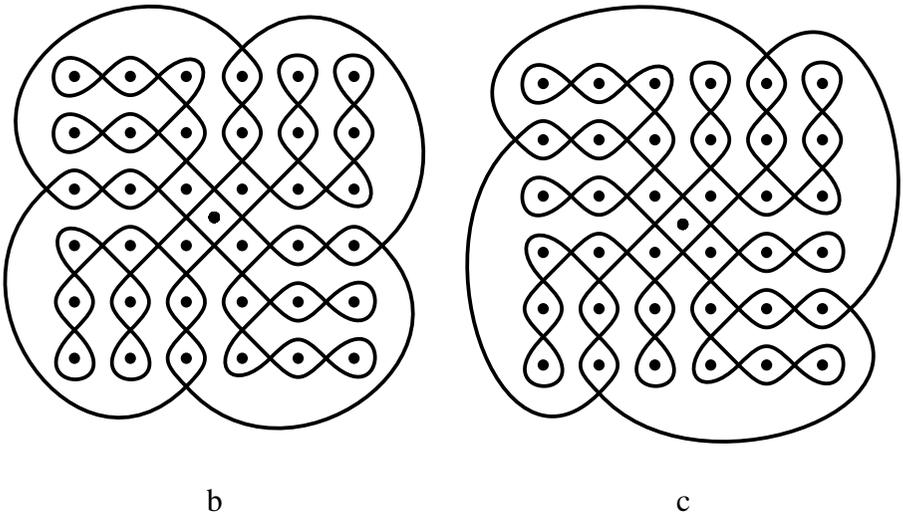
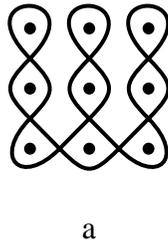


Figura 342

Epílogo

Independentemente um do outro, e mais ou menos ao mesmo tempo, Marcia Ascher (Ithaca College NY, EUA) e eu conduzimos pesquisas sobre ideias matemáticas na tradição *sona*. Donald Crowe (Universidade de Wisconsin, Madison, EUA) levou-nos ao contacto e conhecimento mútuo. O artigo de Ascher (1988, 1991) trata de aspectos geométricos e topológicos dos *sona*, em particular, de simetrias, extensão, ampliação através da repetição, e isomorfia. O interesse dum matemático nos *sona* remonta à já falecida Claudia Zaslavsky (1917-2006). Uma secção do estudo clássico dela, *África Conta* (1973, 105-109), era dedicada a *redes* ('networks'), baseada na informação de Torday (1925) sobre os Bushongo e no estudo de Bastin (1961) sobre a arte decorativa dos Cokwe. O livro *Tusona – Ideógrafas luchazi* (1987) elaborado pelo antropólogo Gerhard Kubik contém o capítulo "A matemática da tradição *tusona*" (p. 195-227) em que ele chama atenção, em particular, para os números de pontos básicos e intermédios e para as regras de encadeamento de *sona* do tipo de esteira entrecruzada. Ele convida, explicitamente, matemáticos para continuar o estudo de elementos matemáticos de *sona*: "uma análise mais aprofundada é realmente a tarefa dum matemático" (p. 216). Somente depois da conclusão do meu livro original, *Geometria Sona: Reflexões sobre uma tradição de desenho em povos da África ao Sul do Equador*, tive a oportunidade de obter uma fotocópia do livro de Kubik quando dei uma palestra sobre geometria *sona* na Universidade Cornell (Ithaca NY, EUA), ainda em 1993, onde encontrei Marcia Ascher pela primeira vez.

Uma vez reconstruídos por mim alguns elementos matemáticos da tradição *sona*, foi-me possível explorar o potencial geométrico tanto na educação matemática como na construção da teoria matemática. Nos meus livros *Lusona: Recreações Geométricas de África* (1991, 1997, 2002) e *Geometria de África* (1999, parte 4), apresento exemplos de explorações na educação matemática aos níveis secundário e universitário. Elaborei *Vivendo a matemática: Desenhos de África* (1990, 2007) para crianças de 8 a 15 anos.

A minha experiência pessoal de investigação tem-me ensinado que os *sona* são muito férteis como área para uma exploração matemática mais aprofundada. Fui levado, sucessivamente, à descoberta e análise de curvas-de-espelho, Lunda-designs e simetria lunda, Liki-designs e de vários tipos novos de estruturas algébricas como matrizes cíclicas, de cilindro, de hélice e de tabuleiro de xadrez. No meu livro *Aventuras no Mundo das Matrizes* (2008) apresento uma introdução às propriedades maravilhosas de matrizes cíclicas.

Outros investigadores tornaram-se interessados nessa direcção de pesquisa. Por exemplo, Robert Lange na Universidade Brandeis (Massachusetts, EUA) criou ‘*sona-tiles*’. Franco Favilli e os seus estudantes na Universidade de Pisa (Itália) estão a desenvolver ‘*sona-software*’. Slavik Jablan (Universidade de Belgrado, Sérvia) e Mark Schlatter (Centenary College of Louisiana, EUA) estão a estudar curvas-de-espelho. Provavelmente, ao entrarem mais investigadores nesse campo de pesquisa, obterão muito mais resultados atractivos.

O potencial educacional e científico dos *sona* demonstra, ainda mais, a força imaginativa e a criatividade dos *akwa kuta sona* do povo cokwe e a profundidade do conhecimento matemático que eles tinham começado a construir. Isto entra em contraste com o que um etnógrafo do período colonial escreveu sobre o conhecimento matemático dos Cokwe. Dos Santos (1960) descreveu alguma aritmética, algum cálculo do tempo, e algum vocabulário geométrico (linha, curva, ponto, etc.), mas sugeriu que os Cokwe como um “povo incivilizado” não sabia nada mais da matemática. O mesmo autor publicou, no entanto, um estudo interessante sobre *sona* (Dos Santos 1961). Aparentemente, ele não viu nenhuma relação profunda entre *sona* e a matemática, diferente de caracterizar *sona* como uma arte geométrica primitiva. Na sua publicação de 1960, Dos Santos escreve as passagens seguintes:

“As puras especulações não têm cabimento na vida dos Quiocos e, por isso, a sua matemática terá reduzir-se às exigências da vida quotidiana” (p. 257);

“Não são os Quiocos dados a especulações puramente abstractas, mas pode afirmar-se terem eles noções empíricas de ponto, linha, superfície e sólido” (p. 266).

A sua avaliação reflecte o horizonte limitado da sua formação etnográfica e a sua educação matemática escolar na metrópole colonial. Os seus pontos de vista podem servir para levantar a questão importante de quem define alguma actividade, alguma ideia, ou alguma teoria como matemática. Quem define “O que é pensamento matemático?” O que pode ser dito do seu contexto e background sócio-cultural? Falando em encontros de matemáticos profissionais em vários continentes, tenho reparado que os aspectos matemáticos e o potencial dos *sona* são rapidamente apreciados e absorvidos pela comunidade matemática internacional. Os *akwa kuta sona* contribuíram para o desenvolvimento da matemática, enriquecendo-a como pistas e ideias novas, frescas e estimulantes.

Paulus Gerdes

Abril de 2006

Maputo, Moçambique

Bibliografia

- Ascher, Marcia (1988a), Graphs in culture: a study in ethnomathematics I, *Historia Mathematica*, New York, 15, p. 201-227.
- ___ (1988b), Graphs in cultures (II): a study in ethnomathematics, *Archive for History of Exact Sciences*, Berlin, 39(1), p. 75-95.
- ___ (1991), *Ethnomathematics, a multicultural view of mathematical ideas*, Brooks & Cole Publ. Company, Pacific Grove Ca. (vide o Capítulo 2).
- Barbosa, Francisco (1992), *Contes tshokwé d'Angola*, Karthala, Paris.
- Bassani, Ezio (1987), Un Cappuccino nell'Africa nera del seicento: I disegni dei Manoscritti Araldi del Padre Giovanni Antonio Cavazzi da Montecuccolo, *Quaderni Poro*, N° 4.
- Bastin, Marie-Louise (1961), *Art décoratif Tchokwé*, Publicações Culturais da Companhia de Diamantes de Angola, Lisboa.
- ___ (1982), *La sculpture tshokwe*, A. et F. Chaffin, Meudon.
- ___ (1984), *Introduction aux arts d'Afrique Noire*, Arts d'Afrique Noire, Arnouville.
- ___ (1988), *Les Tshokwe du pays origine*, in: C. Falgayrettes (Org.), p. 49-93.
- Baumann, Hermann (1929), Afrikanisches Kunstgewerbe, in: H. Bossert (org.), *Geschichte des Kunstgewerbes aller Zeiten und Völker*, Berlin, Vol. 2, p. 51-148
- ___ (1935), *Lunda: bei Bauern und Jägern in Inner-Angola*, Würfel-Verlag, Berlin.

- CEA (Centro de Estudos Africanos) (1975), *A história de Angola, Afrontamento*, Porto.
- Centner, Th. (1963), *L'enfant africain et ses jeux dans le cadre de la vie traditionnelle au Katanga*, Collection Mémoires CEPESI N° 17, Elisabethville (Congo / Zaire), 412 p. (vide p. 218-228).
- Deacon, A. Bernard (1934), Geometrical drawings from Malekula and other islands of the New Hebrides, *Journal of the Royal Anthropological Institute*, London, 64, p. 129-175.
- Falgayrettes, Christiane (org.) (1988), *Art et mythologie, figures tshokwe*, Fondation Dapper, Paris.
- Fontinha, Mário & Videira, Acácio (1963), *Cabaças gravadas da Lunda*, Publicações Culturais da Companhia de Diamantes de Angola, Lisboa, 128 p.
- Fontinha, Mário (1983), *Desenhos na areia dos Quiocos do Nordeste de Angola*, Instituto de Investigação Científica Tropical, Lisboa, 304 p.
- ___ (1998), *Ngombo (adivinhação), Tradições no Nordeste de Angola*, Câmara Municipal de Oeiras, Oeiras.
- Gerdes, Paulus (1990), *Vivendo a matemática: desenhos da África*, Editora Scipione, São Paulo, 64 p.
- ___ (1991) *Lusona: recreações geométricas de África*, Universidade Pedagógica, Maputo, 1991, 110 p.
- ___ (1993/4) *Geometria Sona: Reflexões sobre uma tradição de desenho em povos da África ao Sul do Equador*, Universidade Pedagógica, Maputo (3 volumes).
- ___ (1994), *Sona Geometry: Reflections on the sand drawing tradition of peoples of Africa south of the Equator*, Universidade Pedagógica, Maputo, Vol. 1, 200 p.
- ___ (1995), *Une tradition géométrique en Afrique. — Les dessins sur le sable*, L'Harmattan, Paris (Vol. 1: *Analyse et reconstruction*, Vol. 2: *Exploration éducative et mathématique*, Vol. 3: *Analyse comparative*), 594 p.
- ___ (1997a), *Recréations géométriques d'Afrique – Lusona – Geometrical recreations of Africa*, L'Harmattan, Paris, 127 p.
- ___ (1997b), *Ethnomathematik dargestellt am Beispiel der Sona Geometrie*, Spektrum Verlag, Heidelberg, 436 p.
- ___ (1999), *Geometry from Africa: Mathematical and Educational Explorations*, The Mathematical Association of America, Washington DC (vide o Capítulo 4).

- (2002) *Lusona: recreações geométricas de África*, Moçambique Editora, Maputo & Texto Editora, Lisboa, 2002, 128 p.
- (2006) *Sona Geometry from Angola: Mathematics of an African Tradition*, Polimetrica International Science Publisher, Monza, 232 p.
- (2007a) *Drawings from Africa: Living Mathematics*, Lulu.com, Morrisville NC, 72 p.
- (2007b) *Afrikaanse zandtekeningen uit Angola: Levende Wiskunde*, Lulu.com, Morrisville NC, 72 p.
- (2008a) *Disegni Africani dall'Angola: Per vivere la matematica*, Lulu.com, Morrisville NC, 73 p.
- (2007b) *Pfade von Leoparden, Antilopen und Jägern: Lebendige Mathematik in angolanischen Sandzeichnungen*, Lulu.com, Morrisville NC, 72 p.
- Gutierrez, Manuel (1996), *L'art pariétal de l'Angola*, L'Harmattan, Paris, 318 p. (vide p. 225-230).
- Hamelberger, E. (1951), Écrit sur le sable, *Annales Spirituelles*, Paris, 61, p. 123-127.
- (1952), A escrita na areia, *Portugal em África*, Lisboa, 53, p. 323-330.
- Hauenstein, Alfred (1988), *Examen de motifs décoratifs chez les Ovimbundu et Tchokwe d'Angola*, Instituto de Antropologia da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Heintze, Beatriz (1989), A cultura material dos Ambundu segundo as fontes dos séculos XVI e XVII, in: *Revista Internacional de Estudos Africanos*, Lisboa, Nos. 10 & 11, p. 15-63.
- Ismael, Abdulcarimo (2002), *An ethnomathematical study of Tchadji – about a Mancala type board game played in Mozambique and possibilities for its use in Mathematics Education*, tese de doutoramento, University of Witwatersrand, Johannesburg, 478 p.
- Jordán, Manuel (1998), *Chokwe*, Rosen, New York, 64 p.
- Kubik, Gerhard (1975), Kulturelle und sprachliche Feldforschungen in Nordwest-Zambia, 1971 und 1973, *Bulletin of the International Committee on Urgent Anthropological and Ethnological Research*, London, 17, p. 87-115.
- (1987a), African graphical systems, *Muntu, Revue Scientifique et Culturelle du Centre International des Civilisations Bantu (CICIBA)*, Libreville, 4, p. 71-135.

- (1987b), African space/time concepts and the tusona ideographs in Luchazi culture with a discussion of possible cross-parallels in music, *African Music*, Grahamstown, 6, 4, p. 53-89.
- (1987c), *Tusona-Luchazi ideographs, a graphic tradition as practised by a people of West-Central Africa*, Acta Ethnologica et Linguistica, Vol. 61, Wien-Föhrenau, 312 p.
- (1992), Ideogramas tusona no leste de Angola e zonas limítrofes, *LEBA, Estudos de Quaternário, Pré-História e Arqueologia*, Lisboa, 7, p. 389-410.
- Lima, Mesquitila (1956), *Tatuagens da Lunda*, Museu de Angola, Luanda.
- (1988), *Os Kyaka de Angola*, Edições Távola Redonda, Lisboa, Vol. 1.
- Nissen, Philip (1988), Sand drawings of Vanuatu, *Mathematics in School*, p. 10-11.
- Obenga, Théophile (1985), *Les Bantu: langues, peuples, civilizations*, Présence Africaine, Paris, 376 p.
- Meurant, Georges (1987), *Abstractions aux royaumes des Kuba*, Fondation Dapper, Paris.
- Pearson, Emil (1977), *People of the Aurora*, Beta Books, San Diego, 168 p.
- Redinha, José (1948), As gravuras rupestres do Alto-Zambeze e primeira tentativa da sua interpretação, *Publicações Culturais da Companhia de Diamantes de Angola*, Lisboa, 2, p. 65-91.
- (1953), *Paredes pintadas da Lunda*, Publicações Culturais da Companhia de Diamantes de Angola, Lisboa.
- (1975), *Aspectos sociais e económicos da vida Quioca*, Cadernos Capricórnio, Lobito.
- Russ, Laurence (1984), *Mancala Games*, Reference Publications, Algonac, 110 p.
- Santos, Eduardo dos (1960), Sobre a matemática dos Quiocos de Angola, *Garcia de Orta*, Lisboa, 8, p. 257-271.
- (1961), Contribuição para o estudo das pictografias e ideogramas dos Quiocos, *Estudos sobre a etnologia do ultramar português*, Lisboa, 2, p. 17-131.
- Silva, Elísio Romariz Santos (1995), *Jogos de quadrícula do tipo mancala com especial incidência nos praticados em Angola*, Instituto de Investigação Científica Tropical, Lisboa, 323 p.

- Skaug, Sonja & Skogen, Unni (2005): *Sona, desenhos na areia – signs in the sand*, Hydro, Skien, 144 p.
- Torday, Emil & T. Joyce (1911), *Notes ethnographiques sur les peuples communément appelés Bakuba, ainsi que les peuplades apparentées - Les Bushongo*; Annales du Musée du Congo Belge, Ethnographie, Series III, Volume II, Fascicle I, Brussels.
- Torday, Emil (1925), *On the trail of the Bushongo: an account of a remarkable and hitherto unknown African people, their origin, art, high social and political organization and culture*, reproduzido em 1969: Negro Universities Press, New York.
- Vergani de Andrade Armitage, Maria Teresa (1983): *Analyse numérique des ideogrammes Tshokwe de l'Angola. Expressions symboliques du nombre dans une culture traditionnelle africaine*, tese de doutoramento, Université de Genève, 388 p.
- (1986), Aplicação da análise factorial das correspondências aos desenhos iniciáticos do povo Cokwe de Angola, *Revista Internacional de Estudos Africanos*, Lisboa, 4, p. 281-301.
- (1993), *A palavra e a pedra*, Universidade Aberta, Lisboa.
- Zaslavsky, Claudia (1973), *Africa Counts: Number and Design in African Culture*, Prindle, Weber & Schmidt, Boston; edições posteriores: Lawrence Hill, Westport, 1979, 1999 (vide p. 105-109).

Artigos do autor sobre sona e sobre a utilização de sona na educação matemática:

- (1988a), On possible uses of traditional Angolan sand drawings in the mathematics classroom, *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, 19(1), p. 3-22 (preprint 1987).
- (1988b), Find the missing figures. A series of geometric problems inspired by traditional Tchokwe sand drawings (Angola) and Tamil threshold designs (India), *Mathematics Teaching*, Derby, 124, p. 18-19, 50.
- (1988c), Find the missing figures, *Namnaren, Tidskrift for Matematikundervisning*, Stockholm, 15(4), p. 51-53.
- (1988d), On possible uses of traditional Angolan sand drawings in the mathematics classroom, *Abacus, Journal of the Mathematical Association of Nigeria*, Ilorin, 18(1), p. 107-125.

- (1989), Desenhos tradicionais na areia em Angola e seus possíveis usos na aula de matemática, *BOLEMA Especial*, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1, p. 51-77.
- (1990), On mathematical elements in the Tchokwe 'sona' tradition, *For the Learning of Mathematics*, Montreal, 10(1), p. 31-34.
- (1991a), On Mathematical Elements in the Tchokwe Sona drawing tradition, *Discovery and Innovation, Journal of the African Academy of Sciences*, Nairobi, 3(1), p. 29-36.
- (1991b), On Mathematical Elements in the Tchokwe 'Sona' Tradition, *Afrika Mathematika, Journal of the African Mathematical Union*, Benin City, 2(3), p. 119-130.
- (1991c), Sobre elementos matemáticos nos 'Sona' da tradição Tchokwe, *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, Coimbra, 20, p. 21-27.
- (1991d), Les Sona de la tradition Tchokwe, *PLOT*, Poitiers, 54, p. 5-9.
- (1993), Exploring Angolan sand drawings (sona): stimulating cultural awareness in mathematics teachers, *Radical Teacher*, Boston, 43, p. 18-24.
- (1997a), Geometry in Africa: Sona Geometry, in: Helaine Selin (org.), *Encyclopaedia of the History of Science, Technology and Medicine in non-western Cultures*, Kluwer, Dordrecht, p. 367-368.
- (1997b), Geometries, in: John Middleton (org.), *Encyclopedia of Africa South of the Sahara*, Charles Scribner's Sons, New York, 1997, Vol. 2, p. 224-227.
- (1998), Sand drawings from Africa, in: Maurice Bazin & Modesto Tamez (org.), *Designs across cultures*, The Exploratorium, San Francisco, p. 11-18.
- (1999), Angolanische Sandzeichnungen und Geometrie, *INDABA, das SADOCC' Magazin für das Südliche Afrika*, Vienna, 24, p. 20-23.
- (2002), Sona Sand Drawings from Africa, in: Maurice Bazin & Modesto Tamez (org.), *Math and Science Across Cultures. Activities and Investigations from the Exploratorium*, The New Press, New York, p. 3-15.

Para artigos do autor sobre o potencial matemático dos *sona*, vide as referências do apêndice.

Apêndice

Investigação matemática inspirada pela tradição *sona*: O exemplo de curvas-de-espelho, Lunda-designs e matrizes cíclicas

Matemática e matemáticos de África

A partir dos tempos mais remotos, seres humanos em África têm criado e desenvolvido ideias matemáticas.¹ Reflexões matemáticas do Egipto Antigo, do Egipto Helenístico, do Egipto islâmico e do Magreb durante a ‘Idade Média’ encontraram o seu caminho para Europa e têm estado a contribuir para o desenvolvimento da matemática ‘internacional’ (cf. Djebbar 2001, 2003, 2005). Centenas de manuscritos matemáticos de Timbuktu no actual Mali – escritos em Árabe e em várias línguas africanas – faltam para serem analisados para se poder remover o véu de algumas de conexões matemáticas entre a África subsaariana e o norte do continente. O astrónomo e matemático Muhammed ibn Muhammed (c. 1740) de Katsina na Nigéria actual era bem conhecido no Egipto e no Médio Oriente. Thomas Fuller (1710 – 1790), levado, em 1724, da África ocidental como escravo para a América do Norte tornou-se famoso no ‘Mundo Novo’ por causa das suas habilidades de cálculo mental (cf. Fauvel & Gerdes, 1990). Algum conhecimento geométrico da África central sobreviveu até aos princípios do século XX na região de Mississipi no

¹ Vide Gerdes & Djebbar (2007) para uma bibliografia anotada sobre matemática na história e culturas africanas; para uma visão panorâmica da matemática na África ao Sul da Sahara, vide Gerdes 1994a, 2004.

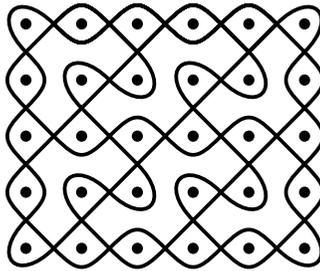
seio da população da ascendência africana (cf. Gerdes, 1999a). Durante a segunda metade do século XX o continente africano produziu milhares de doutorados, dos quais centenas têm estado a trabalhar como investigadores na Europa e na América do Norte (cf. Gerdes 2007a).

Investigação matemática inspirada pela tradição dos sona

Wolfgang Jaritz da Universidade de Graz (Áustria) pode ter sido o primeiro a realizar uma pesquisa matemática inspirada pela tradição *sona*. Informado sobre *sona* pelo antropólogo Gerhard Kubik, Jaritz estudou as propriedades duma classe particular do que chamei *sona* do tipo de esteira-entrecruzada e comparou estes desenhos de linhas com os caminhos percorridos por uma bola numa mesa de bilhar (Jaritz, 1983). Publiquei, em 1990, um primeiro artigo sobre uma classe mais ampla de *sona* que incluía os padrões-de-esteira-entrecruzada, em que propôs o conceito de *curvas-de-espelho* e em que se apresentam alguns *Lunda-designs* pela primeira vez (Gerdes, 1990). Inspirado por esta minha pesquisa, Slavik Jablan (Universidade de Belgrado, Sérvia) tem estudado curvas-de-espelho e a sua relação com a teoria matemática de nós (Jablan, 1995, 2001). Nos princípios dos anos 1990, o físico Robert Lange (Universidade Brandeis MA, EUA) desenvolveu os chamados *sona tiles*. Franco Favilli e os seus estudantes na Universidade de Pisa (Itália) têm desenvolvido ‘software’ para a construção de curvas-de-espelho e *Lunda-designs* (Favilli et al. 2002; Vitturi & Favilli, 2006). Mark Schlatter (Centenary College of Louisiana, EUA) tem estudado curvas-de-espelho e permutações (Schlatter, 2000, 2001, 2004, 2005; cf. Peterson, 2001). Nils Rossing da Universidade de Ciência e Tecnologia de Trondheim (Noruega) e Christoph Kirfel da Universidade de Bergen (Noruega) aplicaram métodos da análise de *sona* por curvas-de-espelho à análise matemática duma classe de esteiras de corda tradicionais norueguesas (Rossing & Kirfel, 2003). Eu próprio avancei com o estudo de *Lunda-designs* (cf. Gerdes, 1999b [Capítulo 4]; Gerdes, 1996, 1997a & b, 1999a-d, 2002a, h, & i, 2005) e uma subclasse chamada *Liki-designs* (Gerdes, 2002b & c). Encontrei várias classes interessantes de matrizes, tais como *matrizes cíclicas* (Gerdes, 2002d, 2006a e b, 2008a), de *hélice* (Gerdes, 2002e), de *cilindro* (Gerdes, 2002f) e de *tabuleiro de xadrez* (Gerdes, 2002g). Vários desses artigos foram publicados em *Visual Mathematics* (*) e em outros jornais

electrónicos. O livro *Aventuras no Mundo das Matrizes* (Gerdes, 2008a) apresenta uma introdução a matrizes cíclicas. Anteriormente, relações entre Lunda-designs, determinantes e quadrados mágicos tinham sido estabelecidas (Gerdes, 2000, 2002i). A novidade e as relações múltiplas das ideias matemáticas que emergem da análise da tradição *sona*, com outras áreas da matemática reflecte a profundidade e a fertilidade matemática das ideias dos mestre de desenho *cokwe*.

Neste apêndice mostrarei em breve como o estudo da tradição *sona* de Angola me levou a descobrir e analisar sucessivamente curvas-de-espelho, Lunda-designs, Liki-designs e matrizes cíclicas.



O *lusona* de ‘galo-em-fuga’
Figura A.1

Curvas-de-espelho

O *lusona* de ‘galo-em-fuga’ (Figura A.1, vide a Figura 77a) pode ser considerado como uma curva-de-espelho, quer dizer:

- * é a versão lisa do caminho poligonal descrito por um raio de luz emitido a partir do ponto de partida S, fazendo um ângulo de 45° com a linha horizontal (vide a Figura A.2);

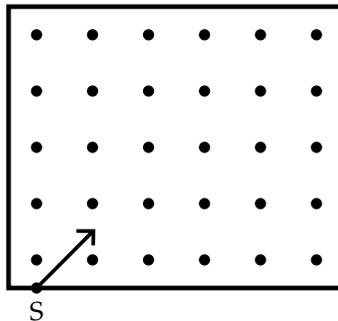


Figura A.2

- * ao atravessar a grelha, o raio reflecte-se nos lados do rectângulo e nos “espelhos de dois lados” que o raio encontra no seu caminho. Os espelhos estão colocados horizontal e verticalmente, no meio, entre dois pontos vizinhos da grelha, como ilustra a Figura A.3.



Figura A.3

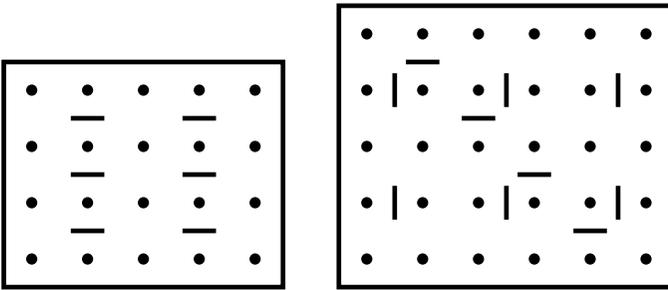


Figura A.4

A Figura A.4 apresenta a posição dos espelhos no caso dos *sona* ‘estômago do leão’ (Figura 123) ‘galo em fuga’. Outros exemplos de *sona* que podem ser considerados como curvas de espelho apresentam-se nas Figuras 37j & k, 71, 72, 89, 92, 192, 193, 219, 231b, 232a. Uma vez definido, em geral, o conceito de curva de espelho, comecei a procurar propriedades de curvas de espelho.

Para facilitar a execução de curvas de espelho, pode-se desenhá-las em papel quadriculado de tal modo que dois pontos consecutivos da grelha tenham uma distância entre si de duas unidades. Desta maneira, um caminho monolinar como o *lusona* do ‘galo em fuga’ passa exactamente uma vez por cada um dos quadradinhos unitários no interior do rectângulo que circunscreve a grelha (vide a Figura A.5).

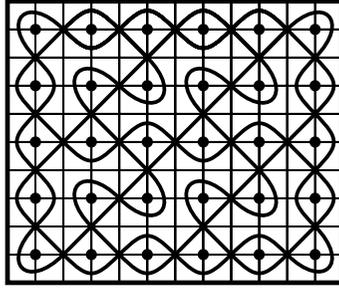


Figura A.5

Esta passagem única por todos os quadradinhos unitários dá-nos a possibilidade de enumerar os quadradinhos modulo 2, sendo 1 o número atribuído ao quadradinho onde o caminho comece, e 0 o número atribuído ao segundo quadradinho pelo qual a curva passa, e assim sucessivamente 101010...até que a curva fechada se completa. Deste maneira produz-se uma matriz- $\{0, 1\}$. Colorindo de preto os quadradinhos unitários numerados 1 e de branco os quadradinhos 0, obtém-se um desenho a preto-e-branco.

Lunda-designs e matrizes

Como este tipo de desenhos a preto-e-branco, gerado por curvas de espelho, tinha sido descoberto no contexto da análise dos *sona* dos Cokwe, que habitam predominantemente a região de Lunda de Angola, dei-lhes o nome de *Lunda-designs*. A Figura A.6 apresenta dois exemplos de Lunda-designs.

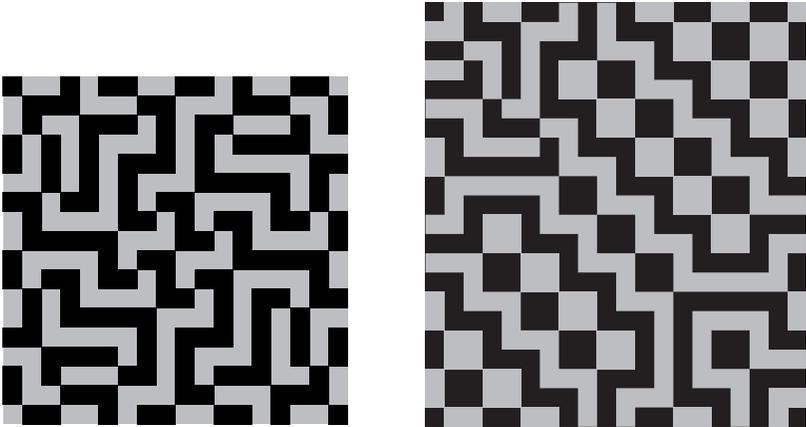


Figura A.6

Procurando as características comuns de Lunda-designs, as propriedades seguintes de simetria podem ser observadas e provadas:

- (i) Em cada fila, o número de quadradinhos pretos é igual ao número de quadradinhos brancos;
- (ii) Em cada coluna, o número de quadradinhos pretos é igual ao número de quadradinhos brancos;
- (iii) Ao longo do rebordo, dos dois quadradinhos unitários associados a um ponto qualquer da grelha sempre um é branco enquanto o outro é preto (vide o exemplo na Figura A.7);



Figura A.7

- (iv) Dos quatro quadradinhos associados a dois pontos (horizontal ou verticalmente) vizinhos da grelha, sempre dois são brancos enquanto os outros dois são pretos (vide os exemplos na Figura A.8).

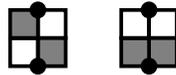


Figura A.8

Inversamente, é verdade que qualquer desenho rectangular a preto-e-branco que satisfaz as propriedades (i), (ii), (iii) e (iv) é um Lunda-design. Por outras palavras, para cada desenho rectangular a preto-e-branco que satisfaz as propriedades (i), (ii), (iii) e (iv) pode-se construir uma curva de espelho que a gera (cf. Gerdes 1996, 2007b).

As características (i), (ii), (iii) e (iv) podem ser usadas para definir Lunda-designs (de dimensões $m \times n$). Ainda mais, as características de simetria local (iii) e (iv) são suficientes para essa definição, porque implicam as propriedades de simetria global (i) e (ii). As características simétricas particulares de Lunda-designs torna-os amiúde esteticamente atractivos (cf. Gerdes 2005, 2008b). O meu livro (2008b) apresenta trabalhos de arte baseados em Lunda-designs.

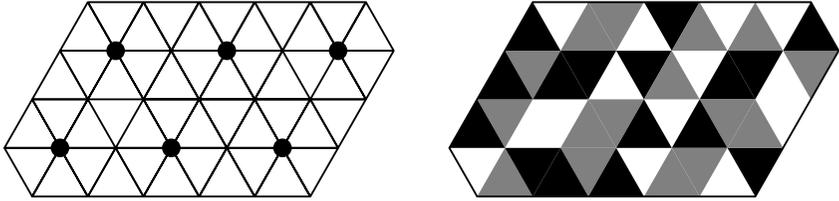
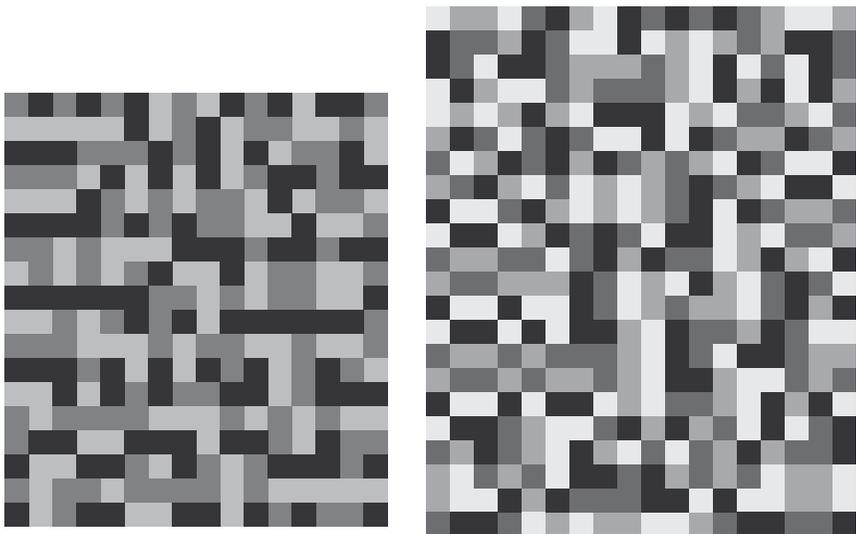


Figura A.9

Lunda-designs podem ser generalizados em várias maneiras. Lunda-designs circulares e hexagonais são algumas possibilidades interessantes (cf. Gerdes 2002a). A Figura A.9 apresenta um exemplo duma grelha hexagonal e um Lunda-design hexagonal (cf. Gerdes 1996, 1999b). Em vez de enumerar modulo 2 os quadradinhos unitários através dos quais a curva passa, eles podem ser enumerados modulo t , se t é um divisor de $4mn$. Deste modo criam-se matrizes de t valores e t -Lunda-designs. A Figura A.10 apresenta os exemplos dum 3-Lunda-design e dum 4-Lunda-design.



3-Lunda-design

4-Lunda-design

Figura A.10

Liki-designs

Foi no quarto aniversário natalício da minha filha Likilisa que comecei a analisar uma classe particular de 2-Lunda-designs. Como estes desenhos

mostraram ter algumas propriedades interessantes dei-lhes o nome de Liki-designs.

No caso de Liki-designs, a quarta propriedade substitui-se pela seguinte condição mais forte:

- (iv') Dos quatro quadradinhos associados a dois pontos (horizontal ou verticalmente) vizinhos da grelha, sempre dois quadradinhos *adjacentes* são brancos enquanto os outros dois são pretos (vide a Figura A.11).

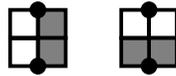


Figura A.11

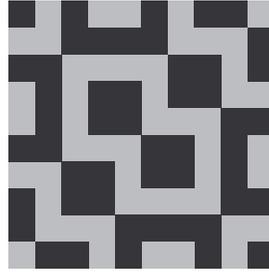
A condição nova (iv') pode ser descrita da seguinte maneira. Considere os quatro quadradinhos associados a dois pontos (horizontal ou verticalmente) vizinhos da grelha. Quando dois deles pertencem a filas diferentes e a colunas diferentes, então eles têm cores distintas (Figura A.12).



Figura A.12

As duas propriedades (i) e (iv') implicam que um Liki-design quadrado e a sua Liki-matriz correspondente compõem-se de *ciclos* de quadrados unitários alternadamente pretos e brancos e de ciclos alternados de 1's e 0's, respectivamente.

A Figura A.13 apresenta um exemplo dum Liki-design quadrado e a sua Liki-matriz correspondente. A matriz tem cinco $\{0,1\}$ – ciclos; um ciclo representou-se carregadamente. Uma questão que naturalmente surge, é o que acontecerá com as *potências* de Liki-matrizes.



Um Liki-design

a

1	0	1	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1	0	1

A Liki-matriz associada L

b

Figura A.13

5	2	2	1	1	3	3	3	3	2
2	5	1	2	3	1	3	3	2	3
2	1	5	3	2	3	1	2	3	3
1	2	3	5	3	2	2	1	3	3
1	3	2	3	5	2	2	3	1	3
3	1	3	2	2	5	3	2	3	1
3	3	1	2	2	3	5	3	2	1
3	3	2	1	3	2	3	5	1	2
3	2	3	3	1	3	2	1	5	2
2	3	3	3	3	1	1	2	2	5

L^2

16	9	15	10	9	16	12	13	15	10
9	10	16	16	15	13	9	10	12	15
15	16	9	9	12	10	15	16	10	13
10	16	9	13	16	10	15	15	9	12
9	15	12	16	15	9	10	10	13	16
16	13	10	10	9	15	16	12	15	9
12	9	15	15	10	16	13	9	16	10
13	10	16	15	10	12	9	9	16	15
15	12	10	9	13	15	16	16	10	9
10	15	13	12	16	9	10	15	9	16

L^3

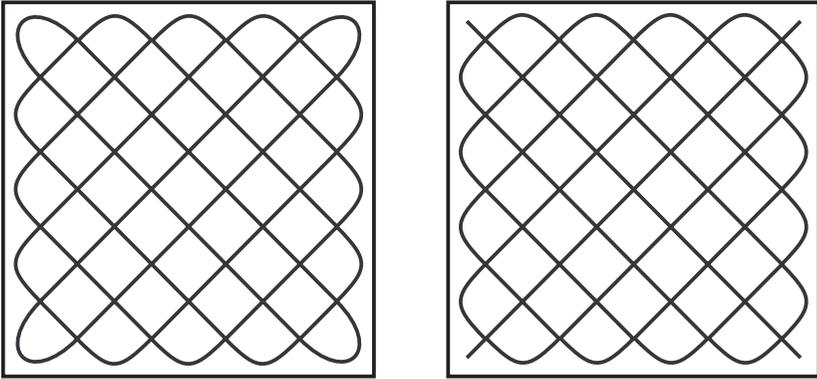
75	60	60	53	53	68	68	66	66	56
60	75	53	60	68	53	66	68	56	66
60	53	75	68	60	66	53	56	68	66
53	60	68	75	66	60	56	53	66	68
53	68	60	66	75	56	60	66	53	68
68	53	66	60	56	75	66	60	68	53
68	66	53	56	60	66	75	68	60	53
66	68	56	53	66	60	68	75	53	60
66	56	68	66	53	68	60	53	75	60
56	66	66	68	68	53	53	60	60	75

L^4

Figura A.14

A Figura A.14 apresenta as primeiras potências da Liki-matriz L . A terceira potência tem a mesma estrutura cíclica que a primeira potência: o primeiro ciclo da terceira potência compõe-se de 16's e 9's alternados; o segundo ciclo de 15's e 10's alternados, etc. As potências de ordem par não têm a mesma estrutura cíclica. As suas diagonais são constantes e elas apresentam outros ciclos, como o ciclo de 2's da segunda potência. A Figura A.15 compara as estruturas cíclicas das potências de ordem ímpar e de ordem par da Liki-matriz L . A uma estrutura cíclica do primeiro tipo chamo

estrutura cíclica da primeira ordem. A uma estrutura cíclica do segundo tipo chama uma estrutura cíclica da segunda ordem.



Estruturas cíclicas da primeira e da segunda ordem (dimensões 10 x 10)
 Figura A.15

As potências duma Liki-matriz, como as matrizes L^2 , L^3 , etc., não são Liki-matrizes, mas elas apresentam estruturas cíclicas. Poderemos chamá-las *matrizes cíclicas*. Uma vez que os números nos ciclos das potências de ordem ímpar se alternam, podemos dizer que estas matrizes cíclicas têm período 2. Como os números nos ciclos das potências de ordem par são constantes, podemos dizer que estas matrizes cíclicas têm período 1.

Matrizes cíclicas

Desta maneira podemos introduzir o conceito de uma matriz cíclica período 2, independentemente do contexto de Liki-designs em que o conceito tinha sido descoberto. A Figura A.16 apresenta duas matrizes cíclicas de período 2. Ambas têm uma estrutura cíclica da primeira ordem enquanto os seus produtos AB e BA têm uma estrutura cíclica da segunda ordem. Os ciclos das matrizes AB e BA têm uma unidade de diferença de fase, e $A+B$ é uma matriz cíclica de período 1.

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & -4 & 6 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -1 & 0 & -4 & -2 \\ -4 & -1 & -2 & 3 & 0 & 6 \\ 6 & 0 & 3 & -2 & -1 & -4 \\ -2 & -4 & 0 & -1 & 6 & 3 \\ 0 & -2 & 6 & -4 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

A

$$\begin{vmatrix} 4 & -2 & 3 & 5 & -3 & 2 \\ -2 & 5 & 4 & 2 & 3 & -3 \\ 3 & 4 & -3 & -2 & 2 & 5 \\ 5 & 2 & -2 & -3 & 4 & 3 \\ -3 & 3 & 2 & 4 & 5 & -2 \\ 2 & -3 & 5 & 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

B

$$\begin{vmatrix} 14 & 7 & 5 & -17 & 18 & -9 \\ 5 & 14 & 18 & 7 & -9 & -17 \\ 7 & -17 & 14 & -9 & 5 & 18 \\ 18 & 5 & -9 & 14 & -17 & 7 \\ -17 & -9 & 7 & 18 & 14 & 5 \\ -9 & 18 & -17 & 5 & 7 & 14 \end{vmatrix}$$

AB

$$\begin{vmatrix} 14 & 5 & 7 & 18 & -17 & -9 \\ 7 & 14 & -17 & 5 & -9 & 18 \\ 5 & 18 & 14 & -9 & 7 & -17 \\ -17 & 7 & -9 & 14 & 18 & 5 \\ 18 & -9 & 5 & -17 & 14 & 7 \\ -9 & -17 & 18 & 7 & 5 & 14 \end{vmatrix}$$

BA

Figura A.16

A tábua seguinte resume as regras de multiplicação de matrizes cíclicas de período 2.

Tábua A.1

Tábua de multiplicação de matrizes cíclicas de período 2

A	B	AB
Primeira ordem	Primeira ordem	Segunda ordem
Primeira ordem	Segunda ordem	Primeira ordem
Segunda ordem	Primeira ordem	Primeira ordem
Segunda ordem	Segunda ordem	Segunda ordem

Como esta tábua de multiplicação é semelhante à tábua de multiplicação dos números negativos e positivos, poderemos chamar matrizes que têm uma estrutura cíclica da primeira ordem *matrizes cíclicas negativas*, e matrizes que têm uma estrutura cíclica da segunda ordem *matrizes cíclicas positivas*.

O estudo de matrizes cíclicas de período 2 levou-me ao estudo de matrizes cíclicas de qualquer período. A Figura A.17 apresenta duas matrizes cíclicas positivas, E e F , de período 3. Por exemplo, o primeiro ciclo de E compõe-se de $\{-2, 1, 4\}$ repetidos. O produto EF é uma matriz cíclica positiva de período 3.

$$\begin{array}{ccc}
 \left| \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & 3 & -3 & 5 & 0 \\ -4 & 5 & -4 & 2 & 5 & 2 \\ -3 & 1 & 0 & -2 & 5 & 3 \\ 3 & 5 & -2 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 5 & 2 & -4 & 5 & -4 \\ 0 & 5 & -3 & 3 & 1 & -2 \end{array} \right| &
 \left| \begin{array}{cccccc} 5 & -1 & 2 & -3 & 4 & -2 \\ 3 & 4 & 3 & 0 & 4 & 0 \\ -3 & -1 & -2 & 5 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 5 & -2 & -1 & -3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 & 4 & 3 \\ -2 & 4 & -3 & 2 & -1 & 5 \end{array} \right| &
 \left| \begin{array}{cccccc} -22 & 11 & -22 & 42 & 31 & 34 \\ 7 & 64 & 19 & 7 & 4 & 19 \\ -22 & 31 & -22 & 34 & 11 & 42 \\ 42 & 11 & 34 & -22 & 31 & -22 \\ 19 & 4 & 7 & 19 & 64 & 7 \\ 34 & 31 & 42 & -22 & 11 & -22 \end{array} \right| \\
 E & F & EF
 \end{array}$$

Figura A.17

A mesma tábua de multiplicação vale para matrizes cíclicas positivas e negativas de qualquer período p . A Figura A.18 apresenta um exemplo de duas matrizes cíclicas negativas G e H de dimensões 9×9 de período 6. O produto GH é uma matriz cíclica positiva. A Figura A.19 apresenta a estrutura cíclica de matrizes cíclicas negativas e positivas de dimensões 9×9 .

Comentário final

Investigação matemática pode aparecer como uma história infinita de descoberta de conceitos novos, relações novas, teoremas novos e aplicações novas. O exemplo da descoberta de curvas de espelho, Lunda-designs e matrizes cíclicas mostra como uma prática cultural africana antiga pode inspirar e estimular investigação matemática. Esta linha de pesquisa não terminará com matrizes cíclicas. Outros conceitos como matrizes de hélice e de cilindro foram descobertos e certamente muitos outros se seguirão.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & \mathbf{-1} & \mathbf{-3} & 4 & 5 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & \mathbf{4} & 3 & \mathbf{-3} & \mathbf{6} & 4 & 1 & 3 & 5 \\ \mathbf{8} & 5 & 6 & 4 & 2 & \mathbf{7} & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{7} & 0 & 4 & 1 & 5 & 1 & \mathbf{8} & 2 & 6 \\ 1 & \mathbf{6} & 5 & 3 & 3 & 0 & 4 & \mathbf{4} & \mathbf{-3} \\ 5 & 3 & \mathbf{-3} & 2 & 2 & 0 & 1 & 4 & \mathbf{-1} \\ 0 & 4 & 2 & \mathbf{-1} & 3 & 1 & 5 & 2 & \mathbf{-3} \\ 4 & 3 & \mathbf{-3} & 5 & \mathbf{4} & 1 & 0 & \mathbf{6} & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 6 & 0 & \mathbf{8} & \mathbf{7} & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

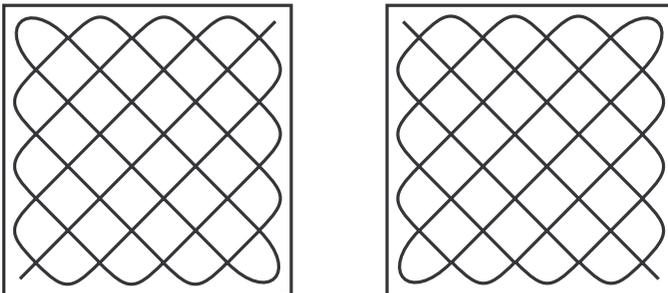
G

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & \mathbf{-2} & \mathbf{-1} & \mathbf{-2} & \mathbf{-1} & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & \mathbf{3} & 6 & 2 & \mathbf{-3} & 0 & 1 \\ 7 & 5 & \mathbf{-3} & 4 & 4 & 5 & \mathbf{-4} & \mathbf{3} & 2 \\ 5 & \mathbf{3} & 4 & 2 & 5 & \mathbf{-4} & 7 & 4 & \mathbf{-3} \\ \mathbf{-3} & 6 & 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 4 & \mathbf{3} \\ \mathbf{-1} & 0 & \mathbf{-1} & 1 & 1 & 2 & 2 & \mathbf{-2} & \mathbf{-2} \\ 2 & \mathbf{-2} & 1 & \mathbf{-2} & 0 & 2 & \mathbf{-1} & 1 & \mathbf{-1} \\ 2 & 0 & \mathbf{3} & 1 & 4 & \mathbf{-3} & 0 & 6 & 2 \\ \mathbf{-4} & 4 & 2 & \mathbf{-3} & \mathbf{3} & 7 & 5 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

H

$$\begin{vmatrix} \mathbf{-39} & \mathbf{27} & \mathbf{5} & 5 & 14 & 25 & 7 & 19 & 26 \\ \mathbf{-28} & 76 & 9 & \mathbf{20} & 52 & 71 & \mathbf{-1} & 57 & 54 \\ \mathbf{63} & 84 & \mathbf{-10} & 45 & \mathbf{68} & 39 & 27 & 34 & 8 \\ 27 & \mathbf{68} & 8 & \mathbf{-10} & 34 & \mathbf{63} & 39 & 84 & 45 \\ 71 & 57 & \mathbf{20} & 54 & 76 & \mathbf{-1} & \mathbf{-28} & 52 & 9 \\ 7 & 14 & 26 & \mathbf{5} & 19 & \mathbf{-39} & 25 & \mathbf{27} & 5 \\ 25 & 19 & 5 & 26 & \mathbf{27} & 7 & \mathbf{-39} & 14 & \mathbf{5} \\ \mathbf{-1} & 52 & 54 & 9 & 57 & \mathbf{-28} & 71 & 76 & \mathbf{20} \\ 39 & 34 & 45 & 8 & 84 & 27 & \mathbf{63} & \mathbf{68} & \mathbf{-10} \end{vmatrix}$$

O produto GH
Figura A.18



Estrutura cíclica de matrizes cíclicas negativas e positivas de dimensões 9x9
Figura A.19

Referências

- Djebbar, Ahmed (2001), *Une histoire de la science arabe*, Editions du Seuil, Paris.
- (2003), A Panorama of Research on the History of Mathematics in al-Andalus and the Maghreb between the Ninth and the Sixteenth Century, in: Jan P. Hogendijk & A. Sabra (org.), *The Enterprise of Science in Islam, New perspectives*, MIT Press, Cambridge MA, p. 309-350.
- (2005), *L'algèbre arabe, genèse d'un art*, Vuibert-Adapt, Paris.
- Fauvel, John & Gerdes, Paulus (1990), African Slave and Calculating Prodigy: Bicentenary of the Death of Thomas Fuller, *Historia Mathematica*, New York, 17(2), p. 141-151.
- Favilli, Franco, Maffei, Laura & Venturi, Irene (2002): SONA Drawings: From the Sand to the Silicon, in: Sebastiani Ferreira E. (org.), *Proceedings of the II International Congress on Ethnomathematics, Summary Booklet*, Ouro Preto, p. 35.
- Gerdes, Paulus (1990), On ethnomathematical research and symmetry, *Symmetry: Culture and Science*, Budapest, 1(2), p. 154-170.
- (1993/4), *Geometria Sona: Reflexões sobre uma tradição de desenho em povos da África ao Sul do Equador*, Universidade Pedagógica, Maputo [3 volumes].
- (1994a), On mathematics in the history of subsaharan Africa, *Historia Mathematica*, New York, 21, 345-376,
- (1994b), *Sona Geometry: Reflections on the sand drawing tradition of peoples of Africa south of the Equator*, Universidade Pedagógica, Maputo, Vol. 1, 200 p.
- (1995), *Une tradition géométrique en Afrique. — Les dessins sur le sable*, L'Harmattan, Paris [3 volumes], 594 p.
- (1996), *Lunda Geometry — Designs, Polyominoes, Patterns, Symmetries*, Universidade Pedagógica, Maputo, 152 p.
- (1997a), *Ethnomathematik dargestellt am Beispiel der Sona Geometrie*, Spektrum Verlag, Heidelberg, 433 p.
- (1997b), On mirror curves and Lunda-designs, *Computers and Graphics*, Oxford, 21(3), p. 371-378.

- (1999a), *On the production of mathematical knowledge in Central and Southern Africa*, Communications of the Centre for Advanced Studies of African Society, Occasional Paper N° 7, Cape Town.
- (1999b), *Geometry from Africa: Mathematical and Educational Explorations*, The Mathematical Association of America, Washington DC, 210 p.
- (1999c) On Lunda-designs and some of their symmetries, *Visual Mathematics*, Belgrade, 1(1). * ¹
- (1999d), On the geometry of Celtic knots and their Lunda-designs, *Mathematics in School*, Leicester, 28(3), p. 29-33.
- (2000), On Lunda-designs and the construction of associated magic squares of order 4p, *The College Mathematics Journal*, Washington DC, 31(3), p. 182-188.
- (2002a), Symmetrical explorations inspired by the study of African cultural activities, in: István Hargittai & Torvand Laurent (org.), *Symmetry 2000*, Portland Press, London, p. 75-89.
- (2002b), From Liki-designs to cycle matrices: The discovery of attractive new symmetries, *Visual Mathematics*, 4(1) *
- (2002c), New designs from Africa, *Plus Magazine*, 19 (<http://plus.maths.org/issue19/features/liki/index.html>)
- (2002d), m-Canonic mirror curves, *Visual Mathematics*, 4(1). *
- (2002e), Helix matrices, *Visual Mathematics*, 4(2). *
- (2002f), Cylinder matrices, *Visual Mathematics*, 4(2). *
- (2002g), A note on chessboard matrices, *Visual Mathematics*, 4(3). *
- (2002h), Variazioni sui disegni Lunda, in: Michele Emmer (org.), *Matematica e Cultura 2002*, Springer, Milan, p. 135-146.
- (2002i), *The Beautiful Geometry and Linear Algebra of Lunda-Designs* (manuscrito concluído).
- (2004), Vinte cinco Anos de Estudos Histórico-Etnomatemáticos em África ao Sul da Sahara, *LLULL, Revista Española de História de las Ciencias y de las Técnicas*, Zaragoza, 26(56), p. 491-520.

¹ Os artigos marcados por * são disponíveis na página:
<http://members.tripod.com/vismath/pap.htm> ou na página
<http://www.mi.sanu.ac.yu/vismath/pap.htm>.

- ___ (2005), Lunda Symmetry where Geometry meets Art, in: Michele Emmer (org.), *The Visual Mind II*, MIT Press, Boston, p. 335-348.
- ___ (2006a), Symmetries of alternating cycle matrices, *Visual Mathematics*, 8(2). *
- ___ (2006b), On the representation and multiplication of basic alternating cycle matrices, *Visual Mathematics*, 8(2). *
- ___ (2007a), *African Doctorates in Mathematics. A catalogue*, lulu.com, Morrisville NC, 381 p.
- ___ (2007b), *Lunda Geometry: Mirror Curves, Designs, Knots, Polyominoes, Patterns, Symmetries*, lulu.com, Morrisville NC, 198 p.
- ___ (2008a), *Adventures in the World of Matrices*, Nova Science Publishers, New York, 194 p.
- ___ (2008b), *Lunda Art*, lulu.com, Morrisville NC, 20 p.
- Gerdes, Paulus & Djebbar, Ahmed (2007), *Mathematics in African History and Cultures. An annotated Bibliography*, lulu.com, Morrisville NC, 429 p.
- Jablan, Slavik (1995), Mirror generated curves, *Symmetry: Culture and Science*, Budapest, 6(2), p. 275-278.
- ___ (2001), Mirror curves, in: Sarhangi, R. & Jablan, S. (org.), *Bridges: Mathematical Connections in Art, Music, and Science Conference Proceedings*, Southwestern College, Winfield [reproduzido em: *Visual Mathematics*, 3(2) *].
- Jaritz, Wolfgang (1983), Über Bahnen auf Billardtischen – oder: Eine mathematische Untersuchung von Ideogrammen Angolanischer Herkunft, *Berichte der mathematisch-statistischen Sektion im Forschungszentrum Graz*, Graz, 207, p. 1-22.
- Peterson, Ivars (2001), Sand Drawings and Mirror Curves, *Science News*, Washington DC (disponível na página internet: www.sciencenews.org/20010922/mathtrek.asp).
- Rossing, Nils & Kirfel, Christoph (2003), *Matematisk beskrivelse av taumatter* [Descrição matemática de esteiras de corda], NTNU, Trondheim.
- Schlatter, Mark (2000), *Mirror Curves and Permutations* (disponível na página: <http://personal.centenary.edu/~mschlat/sonaarticle.pdf>).
- ___ (2001), Sona sand drawings and permutation groups, in: R. Sarhangi & S. Jablan (org.), *Bridges: Mathematical Connections in Art, Music, and Science Conference Proceedings*, Southwestern

College, Winfield (USA) [reproduzido em: *Visual Mathematics*, 3(2) *].

___ (2004), Permutations in the sand, *Mathematics Magazine*, 77(2), p. 140-145.

___ (2005), How to create monolinear mirror curves, *Visual Mathematics*, 7(2). *

Sica, Giandomenico (org.) (2005), *What Mathematics from Africa*, Polimetrica, Monza.

Vitturi, Mattia de Michieli & Favilli, Franco (2006), Sona drawings, mirror curves and pattern designs, *Proceedings of the 3rd International Congress on Ethnomathematics* (no prelo).

O autor

O professor catedrático Paulus Gerdes tem leccionado nas Universidades Eduardo Mondlane e Pedagógica (Moçambique). Desempenhou os cargos de Director da Faculdade de Educação (1983-1987) e da Faculdade de Matemática (1987-1989) da Universidade Eduardo Mondlane e de Reitor da Universidade Pedagógica (1989-1996). Em 2006, foi Presidente da Comissão Instaladora da Universidade Lúrio, a terceira universidade pública de Moçambique, com sede em Nampula.

Entre as suas funções ao nível internacional constam as de Presidente da Comissão Internacional para a História da Matemática em África (desde 1986) e de Presidente da Associação Internacional para Ciência e Diversidade Cultural (2000-2004). Em 2000, sucedeu o brasileiro Ubiratan D'Ambrosio como Presidente do Grupo Internacional de Estudo da Etnomatemática.

É membro da Academia Internacional para a História da Ciência (Paris) e, em 2005, foi eleito Vice-Presidente da Academia Africana de Ciências.

Escreveu diversos livros sobre geometria, cultura e história da matemática, tendo recebido vários prémios.

Livros do mesmo autor

Livros em Português:

- * *Geometria Sona de Angola: Matemática numa Tradição Africana*, Lulu.com, Morrisville NC, 2008, 244 p. (1ª edição, Universidade Pedagógica, Maputo, 1993, 200 p.)
- * *Os manuscritos filosófico-matemáticos de Karl Marx sobre o cálculo diferencial. Uma introdução*, Lulu.com, Morrisville NC & Londres, 2008, 106 p. (1ª edição: *Karl Marx: Arrancar o véu misterioso à matemática*, Universidade Eduardo Mondlane (UEM), Maputo, 1983, 112 p.)
- * *A numeração em Moçambique: Contribuição para uma reflexão sobre cultura, língua e educação matemática*, Lulu.com, Morrisville NC & Londres, 2008, 186 p. (1ª edição, Universidade Pedagógica, Maputo, 1993, 159 p.) (coordenação)
- * *Aventuras no Mundo dos Triângulos*, Lulu.com, Morrisville NC & Londres, 2008, 114 p. (1ª edição: Ministério da Educação e Cultura, Maputo, 2005, 114 p.)
- * *Puzzles e jogos de bitrapézios*, Editora Girafa, Maputo & Lulu.com, Morrisville NC, 2008, 99 p.
- * *Jogos e puzzles de meioquadrados*, Editora Girafa, Maputo & Lulu.com, Morrisville NC, 2008, 92 p.
- * *Jogo dos bisos. Puzzles e divertimentos*, Editora Girafa, Maputo & Lulu.com, Morrisville NC, 2008, 68 p.
- * *Jogo de bissemis. Mais de cem puzzles*, Editora Girafa, Maputo & Lulu.com, Morrisville NC, 2008, 87 p.
- * *Puzzles de tetrisos e outras aventuras no mundo dos políisios*, Editora Girafa, Maputo & Lulu.com, Morrisville NC, 2008, 188 p.
- * *Geometria e Cestaria dos Bora na Amazónia Peruana*, Lulu.com, Morrisville NC, 2007, 170 p.
- * *Othava: Fazer Cestos e Geometria na Cultura Makuwa do Nordeste de Moçambique*, Universidade Lúrio, Nampula & Lulu.com, Morrisville NC, 2007, 292 p.
- * *Etnomatemática: Reflexões sobre Matemática e Diversidade Cultural*, Edições Húmus, Ribeirão (Portugal), 2007, 281 p.

- * *Teses de Doutoramento de Moçambicanos e sobre Moçambique*, Ministério da Ciência e Tecnologia, Maputo, 2006, 115 p.
- * *Sipatsi: Cestaria e Geometria na Cultura Tonga de Inhambane*, Moçambique Editora, Maputo & Texto Editora, Lisboa, 2003, 176 p.
- * *Lusona: Recreações Geométricas de África*, Moçambique Editora, Maputo & Texto Editora, Lisboa 2002, 128 p. (1ª edição: Universidade Pedagógica, Maputo, 1991, 117 p.)
- * *Sipatsi: Tecnologia, Arte e Geometria em Inhambane* (co-autor Gildo Bulafo), Universidade Pedagógica (UP), Maputo, 1994, 102 p.
- * *Geometria Sona: Reflexões sobre uma tradição de desenho em povos da África ao Sul do Equador*, UP, Maputo, 1993/1994, 3 volumes (489 p.)
- * *Pitágoras Africano: Um estudo em Cultura e Educação Matemática*, UP, Maputo, 1992, 103 p.
- * *Sobre o despertar do pensamento geométrico*, Universidade Federal de Paraná, Curitiba (Brasil), 1992, 105 p.
- * *Cultura e o Despertar do Pensamento Geométrico*, UP, Maputo, 1992, 146 p.
- * *Etnomatemática: Cultura, Matemática, Educação*, UP, Maputo, 1992, 115 p.
- * *Teoremas famosos da Geometria* (co-autor Marcos Cherinda), Universidade Pedagógica, Maputo, 1992, 120 p.
- * *Matemática? Claro!*, *Manual Experimental da 8ª Classe*, Instituto Nacional para o Desenvolvimento da Educação (INDE), Maputo, 1990, 96 p. (Coordenação)
- * *Trigonometria, Manual da 11ª classe*, Ministério da Educação e Cultura, Maputo, 1981, 105 p.
- * *Trigonometria, Manual da 10ª classe*, Ministério da Educação e Cultura, Maputo, 1980, 188 p.

Brochuras em Português:

- * *Exemplos de Aplicações de Matemática na Agricultura e na Veterinária*, Lulu.com, Morrisville NC (EUA), 2008, 67 p. (1ª edição: UEM, Maputo, 1982, 64 p.)
- * *Vivendo a Matemática: Desenhos da África*, Editora Scipione, São Paulo, 1990, 68 p. [Nova edição: *Desenhos de Angola: Viver*

- a Matemática*, Edições Húmus, Ribeirão (Portugal), 2008 (no prelo)]
- * *A Matemática nos Países Islâmicos (600-1500)*, UEM, Maputo, 1984, 48 p.
 - * *A ciência matemática*, INDE, Maputo, 1981, 56 p.

Livros em Inglês:

- * *Adventures in the World of Matrices*, Nova Science Publishers, Nova Iorque (EUA), 2008, 194 p.
- * *African Basketry: A Gallery of Twill-Plaited Designs and Patterns*, Lulu.com, Morrisville NC (EUA), 2007, 220 p.
- * *Lunda Geometry: Mirror Curves, Designs, Knots, Polyominoes, Patterns, Symmetries*, Lulu.com, Morrisville NC (EUA), 2007, 198 p. (1ª edição: UP, Maputo, 1996, 149 p.)
- * *Mathematics in African History and Cultures. An annotated Bibliography* (co-autor Ahmed Djebbar), Nova edição: Lulu.com, Morrisville NC (EUA), 2007, 430 p. [1ª edição: African Mathematical Union, Cidade de Cabo (África do Sul), 2004, 262 p.]
- * *African Doctorates in Mathematics: A Catalogue*, Lulu.com, Morrisville NC (EUA), 2007, 383 p.
- * *Drawings from Angola: Living Mathematics*, Lulu.com, Morrisville NC (EUA), 2007, 72 p.
- * *Doctoral Theses by Mozambicans and about Mozambique*, Lulu.com, Morrisville NC (EUA), 2007, 124 p.
- * *Sona Geometry from Angola: Mathematics of an African Tradition*, Polimetrica International Science Publishers, Monza (Itália), 2006, 232 p. (1ª edição: UP, Maputo, 1994, 200 p.)
- * *Basketry, Geometry, and Symmetry in Africa and the Americas*, E-book, Visual Mathematics, Belgrado (Serbia), 2004.
- * *Awakening of Geometrical Thought in Early Culture*, MEP Press (Universidade de Minnesota), Minneapolis MN (EUA), 2003, 200 p.
- * *Geometry from Africa: Mathematical and Educational Explorations*, The Mathematical Association of America, Washington DC (EUA), 1999, 210 p.
- * *Women, Art and Geometry in Southern Africa*, Africa World Press, Lawrenceville NJ (EUA), 1998, 244 p. (1ª edição: *Women and Geometry in Southern Africa*, UP, Maputo, 1995, 201 p.)

- * *Recréations géométriques d’Afrique – Lusona – Geometrical recreations of Africa*, L’Harmattan, Paris (França), 1997, 127 p. (1^a edição: UP, Maputo, 1991, 118 p.)
- * *Ethnomathematics and Education in Africa*, Universidade de Estocolmo (Suécia), 1995, 184 p.
- * *African Pythagoras: A study in Culture and Mathematics Education*, UP, Maputo, 1994, 103 p.
- * *Sipatsi: Technology, Art and Geometry in Inhambane* (co-autor Gildo Bulafo), UP, Maputo, 1994, 102 p.
- * *Mathematics, Education and Society* (co-organizadores: Cristine Keitel, Alan Bishop, Peter Damerow), Science and Technology Education Document Series No. 35, UNESCO, Paris, 1989, 193 p.
- * *Marx: Let us demystify calculus*, MEP-Press (University of Minnesota), Minneapolis MN (EUA), 1985, 129 p.

Em Francês:

- * *Les Mathématiques dans l’Histoire et les Cultures Africaines. Une Bibliographie Annotée* (co-autor Ahmed Djebbar), Université de Lille & Union Mathématique Africaine, Lille (França), 2007, 332 p.
- * *Le cercle et le carré: Créativité géométrique, artistique, et symbolique de vannières et vanniers d’Afrique, d’Amérique, d’Asie et d’Océanie*, L’Harmattan, Paris, 2000, 301 p.
- * *Recréations géométriques d’Afrique – Lusona – Geometrical recreations of Africa*, L’Harmattan, Paris (França), 1997, 127 p. (1^a edição: UP, Maputo, 1991, 118 p.)
- * *Femmes et Géométrie en Afrique Australe*, L’Harmattan, Paris, 1996, 219 p.
- * *Une tradition géométrique en Afrique. — Les dessins sur le sable*, L’Harmattan, Paris, 1995, Vol. 1: Analyse et reconstruction, 247 p. Vol. 2: Exploration éducative et mathématique, 184 p.; Vol. 3: Analyse comparative, 144 p.
- * *Sipatsi: Technologie, Art et Géométrie à Inhambane* (co-autor Gildo Bulafo), UP, Maputo, 1994, 102 p.
- * *L’ethnomathématique comme nouveau domaine de recherche en Afrique: quelques réflexions et expériences du Mozambique*, UP, Maputo, 1993, 84 p.

